Introduction à Maple

Lire la feuille suivante et faire les exos ne suffit pas pour savoir utiliser Maple. Prenez des notes, posez des questions (même si elles ont l'air stupide, surtout si elles ont l'air stupide !), allez voir dans l'aide, parlez-en entre vous.

1 Premier contact

`[ >?`
Cette fonction permet d'activer l'aide sur une commande dont vous ne comprenez pas la fonction.
Tapez `?cos` pour avoir un exemple.

Exécutez les instructions suivantes en essayant de prévoir à l'avance ce que Maple va répondre.

1.1 Calcul

```
[> 2+2 ;
[> 1234^1234;
[> 5/3+21/10;
[> evalf(") ;
[> 5/3+2.1;
[> ifactor(12) ;
[> ifactor(12.) ;
```

Quel est le problème ?

Exercice 1 *Combien de zéros y a-t-il à la fin de la représentation décimale du nombre 2004 ! ?*

`[> Pi;`
Maple fait la différence entre majuscules et minuscules !

```
[> cos(pi) ;
[> cos(Pi) ;
[> cos(3.) ;
[> cos(3) ;
[> cos(3.141592654) ;
[> 5=2 ;
[> evalb(5=2) ;
[> evalb(evalf(Pi)=Pi);
```

Exercice 2 *Donner la 50-ième décimale de.... π (indication : consultez l'aide sur evalf ou sur Digits ou... votre cours !)*

Etes-vous sûrs d'avoir bien repéré, parmi les instructions ci-dessus, de quel type était chaque constante ? Pour Maple, les nombres sont « typés ». Jusqu'à présent, vous avez utilisé les types suivants :

- `integer` : nombre entier, peut-être aussi long que vous le désirez (100 ! par ex) ;
- `fraction` : correspond à deux entiers, le numérateur et le dénominateur. Maple simplifie les fractions de lui-même (tapez 3/15 pour voir) ;
- `float` : nombre décimal. Bien sûr, Maple n'en donne qu'une approximation, aussi précise que vous le demandez à l'aide de la fonction `Digits` (3 est un entier, 3. un flottant) ;
- `boolean` : vrai ou faux (ex : `evalb(2+2=4)`).

1.2 Nombres complexes

```
[> i ^2 ;
[> I^2 ;
[> (2+3*I)^2;
[> polar(%) ; polar(I);
[> evalc(exp(Pi/2*a));
```

1.3 Variables

```
[> x=16 ;
[> x ;
[> x+2 ;
[> 16=x ;
[> x ;
[> x :=-4 ;
[> x ; x+2 ;
[> 7 :=x ;
[> x=9 ; evalb(x=9) ;
[> 2*x ; 4+X ;
```

Exercice 3 *Echanger les valeurs contenues dans deux variables a et b.*

1.4 Expressions

Commencez par taper `[> restart ;` afin de réinitialiser l'environnement.

```
[> P := x^2+x+1 ;
[> x :=1 : P ;
[> Q := x^3 + 1 ;
[> x :=2 : P ; Q ;
[> x :='x' : P ;Q ;
[> subs(x=1,P) ; x ;
```

P est une expression dépendant de x, dont on peut évaluer les valeurs en un x donné car quand P a été définie, x était encore une variable libre, c'est-à-dire à laquelle aucune valeur avait été affectée. Q au contraire est le résultat d'un calcul effectué dès sa définition car x n'était pas libre au moment de sa définition.

```
[> x :=0 ;
[> restart ;
[> x ; P ;
```

Ne pas confondre l'affirmation : « x vaut tant » avec l'affectation : « je donne à x telle valeur. »

2 Etude de fonctions

2.1 Définition

On définit une fonction de la façon suivante :

```
[>f :=x->3*x*(cos(x))^2 ;
```

Attention aux parenthèses et au symbole $*$. Le mieux, pour tester votre définition de fonction, est de la tester sur un exemple en demandant la valeur f(3).
Exemples d'erreur de syntaxe :

```
[>f=x->3*x*(cos(x))^2 ;
```

de même que pour une variable, il s'agit ici d'une affirmation, et non d'une assignation...

```
[>f(x) := 3*x*(cos(x))^2 ;
```

ici, f(x) est défini, mais pas f(3) ou f(z)...

Exercice 4 *Définir les applications suivantes :*
$f : x \mapsto 2x^2 - 3$
$g : x \mapsto Arctan(x)$
$h : y \mapsto 1/(\sinh y)$
$f2 : z \mapsto \ln(|z^2 + z/\cos z|)$

Regarder leurs valeurs en 0.

2.2 Représentation

Différentes façons de tracer le graphe d'une fonction f :
`[>plot(f) ;` le graphe est tracé avec pour abscisses [-10 ; 10].
`[>plot(f,1..10) ;` la valeur en abscisses est ici imposée.
`[>plot(f(truc_bidule),truc_bidule=0..45) ;` pareil !
`[>plot(f(x),x=0..3,y=-3..10) ;` on impose ici aussi les ordonnées. Si on veut tracer ensemble deux fonctions f et g, on écrira `plot(f,g)`.

Exercice 5 *Tracer les graphes des fonctions définies ci-dessus sur des intervalles pertinents (par exemple Arctan sur* $]-\infty;\infty[$ *)*

Exercice 6 *Tracer simultanément les graphes des fonctions* x, x^2, $\sqrt{x}$ *sur* $[0;1]$ *puis sur* $[1;3]$.

2.3 Limite

La commande est `limit` (tapez `?limit` pour plus d'informations). Calculer par exemple les limites en 0 des fonctions posant problème précédemment.

Exercice 7 *Retrouver les limites de tan en* $\frac{\pi}{2}$ *à gauche et à droite, ainsi que la limite de la fonction exponentielle en +/-* ∞

Exercice 8 *Que vaut* $\frac{\ln(1+x)}{(x+\tan x)}$ *lorsque* x *end vers 0 ?*

3 Résolutions d'équations

L'une des utilisations de Maple est la résolution d'équations. Méfiez-vous, ce n'est pas parce qu'un programme vous donne une solution qu'elle est juste (vous avez pu vous tromper en tapant les données, ou bien il peut renvoyer une solution approchée), ni que cela vous dispense de connaître les méthodes de calcul...
Une fonction bien utile est `solve`. Regardez dans l'aide ce qu'elle fait...
Entraînez-vous sur les équations ou systèmes suivants :

$$x^4 + 3x^3 - 6x = 0$$

$$\begin{cases} x+y+z=4 \\ x-3z=2 \\ 2y+5z=-6 \end{cases}$$

$$e^z = 2i + \sqrt{3}$$

Exercice 9 *Trouver les coordonnées du point d'intersection des deux droites* $ax+by+c=0$ *et* $\alpha x+\beta y+\lambda=0$.

Exercice 10 *Résoudre dans* $\mathbb{C}$ *l'équation* $z^2=(1-i)/(3-i)$. *Que pensez vous de la syntaxe du résultat ?... (indication : regardez dans l'aide* `sqrt`, `complex`, `evalc`*).*

4 Pour ceux qui s'ennuient :o)

4.1 Une formule de Ramanujan

On considère les nombres k et A définis par

$$k=(\sqrt{2}-1).(2-\sqrt{3}).(\sqrt{7}-\sqrt{6})^2.(8-3\sqrt{7}).(\sqrt{10}-3)^2.(\sqrt{15}-\sqrt{14}).(4-\sqrt{15})^2.(6-\sqrt{35})$$

$$A=\frac{-2}{\sqrt{210}}\ln\left(\frac{k}{4}\right)$$

Donnez une évaluation de A avec 20 chiffres significatifs. Qu'en pensez-vous ?

4.2 Polynôme

Soit P le polynôme $X^9-9X^8+36X^7-90X^6+162X^5-216X^4+215X^3-159X^2+78X-24$.

Trouver un nombre naturel n tel que $n+1$ soit une racine de P, et vérifier le résultat. Vous pouvez utiliser la fonction factor.

4.3 Sommes

Calculer de deux façons différentes la somme des 20 premiers nombres paires (utiliser `sum` et `for`).

Calculer les sommes suivantes :

4.4 Nombres premiers

Pour n variant de 0 à 39, vérifier que n^2+n+41 est un nombre premier. (`isprime`)

4.5 Courbes en trois dimensions

```
[> ?plot3D
```

Vous pouvez recopier directement les exemples et regarder ce que ça donne.