Magistère d'Informatique et de Mathématiques
ENS de Cachan *Jeudi 18 Mai 2006*
TD de Théorie des Langages

Analyse Syntaxique

Exercice 1 (Calcul des First$_k(\alpha)$)
Soit $G = \langle \Sigma, V, P, S \rangle$ une grammaire algébrique. On suppose que toutes les variables de G sont productives.
Pour $k \in \mathbb{N}$ fixé, on définit la suite d'ensemble suivants :
- $X_m(a) = \{a\}$ si $a \in \Sigma$ et pour tout $m \geq 0$
- $X_0(x) = \emptyset$ si $x \in V$
- $X_{m+1}(x) = \displaystyle\bigcup_{x \to \alpha \in P} X_m(\alpha)$ si $x \in V$
- $X_m(\alpha) = \mathrm{Trunc}_k(X_m(\alpha_1) \cdots X_m(\alpha_n))$ si $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_n$ avec $\alpha_i \in \Sigma \cup V$

Montrer les assertions suivantes :
1. $X_m(\alpha) \subseteq X_{m+1}(\alpha) \subseteq \Sigma^{\leq k}$ pour $k \geq 1$.
2. Si $\alpha \xrightarrow{m} w \in \Sigma^*$ alors $w[k] \in X_m(\alpha)$.
3. $X_m(\alpha) \subseteq \mathrm{First}_k(\alpha)$.
4. $\mathrm{First}_k(\alpha) = X(\alpha) = \displaystyle\bigcup_{m \geq 0} X_m(\alpha)$.

Exercice 2 (Calcul des Follow$_k(x)$)
- Soit G une grammaire algébrique dont toutes les variables sont accessibles. En s'inspirant de l'exercice précédent, montrer que les $\mathrm{Follow}_k(x)$ pour $x \in V$ sont effectivement calculables.
- Calculer les $\mathrm{Follow}_1(x)$ pour la grammaire suivante :

$$
\begin{array}{ll}
E \longrightarrow TE' & E' \longrightarrow +TE' \mid \varepsilon \\
T \longrightarrow FT' & T' \longrightarrow *FT' \mid \varepsilon \\
F \longrightarrow (E) \mid a \mid b \mid c &
\end{array}
$$

- Montrer que la grammaire ci-dessus est fortement LL(1).

Exercice 3 (Grammaires fortement LL(1))
Montrer qu'une grammaire est LL(1) si et seulement si elle est fortement LL(1).

Exercice 4 (Table pour les grammaires LL)
Soit la grammaire définie par :

$$E \longrightarrow E \vee E \mid E \wedge E \mid \neg E \mid (E) \mid v \mid f$$

Donner une grammaire LL(1) équivalente en supprimant l'ambiguïté et la récursivité gauche. Construire la table de l'analyseur LL(1) de cette grammaire et simuler le fonctionnement de l'analyseur sur le mot $\neg(v \wedge f) \vee v$.

Exercice 5 (Grammaires LL(0) et LL(1))

– Montrer que si l'automate expansion/vérification associé à une grammaire est déterministe, alors la grammaire est LL(0).
– Montrer que si G est en FNPG et que pour toutes règles $x \longrightarrow a\alpha$ et $x \longrightarrow b\beta$ avec $a, b \in \Sigma$, on a $a \neq b$ ou $\alpha = \beta$, alors G est LL(1).
– Montrer que la réciproque est fausse.