TD : résolution, sémantique opérationnelle

Résolution et Déduction Automatique

La règle de résolution

Exercice 1. Appliquer la règle de résolution, de toute façon possible, aux couples de clauses suivantes :
- $P(x) \Rightarrow P(f(x)), R(y) \quad P(y) \Rightarrow Q(y, g(y))$
- $P(x) \Rightarrow Q(f(x)) \quad Q(y) \Rightarrow P(g(y))$.

L'île des cavaliers, larrons et loups garous

Chaque habitant de cette île est soit un cavaliers, soit un larrons. Il peut être un loup garou : il mange le hommes pendant les nuits de lune pleine. Les cavaliers disent toujours la vérité, les larrons mentent toujours. Un loup garou est un cavalier ou larron.
Un explorateur débarque sur cet île et rencontre Albert, Bernard et Charles. Il est au courant qu'un des trois est un loup garou.
- Albert prétend que Bernard est un loup,
- Bernard dit qu'il n'est pas un loup,
- Charles avoue qu'au moins deux entre eux sont des larrons.

Qui doit choisir l'explorateur comme guide de son voyage ?

Exercice 2.
- Formaliser ce problème en logique du premier ordre.
- Comment utiliser l'explorateur peux se servir du calcul de la résolution pour chercher une réponse à son problème ?

Sémantique opérationnelle structurelle, le langage IML

Exercice 3. Compléter la définition de la relation d'évaluation $\rightarrow_{\mathcal{B}exp}$ en proposant une règle pour dériver

$$(a_1 \leq a_2, \sigma) \rightarrow v\,,$$

pour a_1, a_2 deux expressions arithmétiques et $v \in \{0, 1\}$.

Exercice 4. Prouver que :
- pour tout $a \in \mathcal{A}exp$ et $\sigma \in \mathcal{S}$ il existe un seul $n \in \mathcal{N}$ tel que $(a, \sigma) \rightarrow_{\mathcal{A}exp}$,
- pour tout $b \in \mathcal{B}exp$ et $\sigma \in \mathcal{S}$ il existe un seul $v \in \{0, 1\}$ tel que $(b, \sigma) \rightarrow_{\mathcal{B}exp} v$,
- pour tout $c \in \mathcal{C}om$ et $\sigma \in \mathcal{S}$ il existe au pluc un seul $\sigma' \in \mathcal{S}$ tel que $(c, \sigma) \rightarrow_{\mathcal{C}om} \sigma'$.

Exercice 5. Proposer un commande $c \in \mathcal{C}om$ avec la propriété suivante : pour tout état σ il n'existe aucun état σ' tel que $(c, \sigma) \rightarrow \sigma'$. Démontrer formellement que le commande proposé possède cette propriété.

Exercice 6. Dans le langage OCaml, définir deux types pour représenter les expressions arithmétiques et les états du langage IML. A partir de la sémantique structurelle opérationnelle de ce langage, définir une fonction que, étant donnée une expression arithmétique a et un état σ, calcule le seul $n \in \mathcal{N}$ tel que $(a, \sigma) \rightarrow_{\mathcal{A}exp} n$.