

# TD : unification et résolution

## 1 Unification

**Exercice 1.** Appliquer l'algorithme d'unification, tel que présenté en cours, pour résoudre les problèmes d'unification suivants :

- $[(x + s(y) * s(z), 7 + s(5) * s(s(x)))]$ ,
- $[(x + f(y, 5), g(x) + f(g(x), 5))]$ ,
- $[(f(z, f(y, c)), f(g(w), x))]$ ,
- $[(f(x), y); (g(y), z); (y, f(w))]$ ,
- $[(g(x), g(f(y))); (z, h(y, x)); (y, z)]$ ,
- $[(f(x), f(g(y))); (x, h(y))]$ ,

Pour chaque instance, on s'efforcera de clarifier le déroulement de l'algorithme.

**Exercice 2.** Existe-t-il un unificateur principal des couples de termes suivants ?

- $f(g(x), y, k(x)), f(y, h(z), k(w))$ ,
- $f(x, h(x)), f(g(y), z)$ ,
- $g(h(x, y), z), g(z, h(f(u), w))$ .

Si oui, écrire cette substitution, si non justifier votre réponse.

## 2 Résolution

### 2.1 Le calcul

**Exercice 3.** Appliquer la règle de factorisation à droite, de toute façon possible, aux clauses suivantes :

- $Q(g(y), x) \Rightarrow P(f(x), y), P(y, f(x))$ ,
- $Q(x, y) \Rightarrow P(f(x), y), P(x, g(z)), P(f(w), y)$ .

**Exercice 4.** Appliquer la règle de résolution, de toute façon possible, aux couples de clauses suivantes :

- $P(x) \Rightarrow P(f(x)), R(y) \quad P(y) \Rightarrow Q(y, g(y))$
- $P(x) \Rightarrow Q(f(x)) \quad Q(y) \Rightarrow P(g(y))$ .

### 2.2 L'île des cavaliers, larrons et loups garous

Chaque habitant de cette île est soit un cavalier, soit un larron. Il peut être un loup garou : il mange les hommes pendant les nuits de lune pleine. Les cavaliers disent toujours la vérité, les larrons mentent toujours. Un loup garou est un cavalier ou larron.

Un explorateur débarque sur cet île et rencontre Albert, Bernard et Charles. Il est au courant qu'un des trois est un loup garou.

- Albert prétend que Bernard est un loup,
- Bernard dit qu'il n'est pas un loup,
- Charles avoue qu'au moins deux entre eux sont des larrons.

Qui doit choisir l'explorateur comme guide de son voyage ?

**Exercice 5.**

- Formaliser ce problème en logique du premier ordre.
- Comment utiliser l'explorateur peut se servir du calcul de la résolution pour chercher une réponse à son problème ?

### 3 Implémentation d'un démonstrateur automatique

**Exercice 6.** On veut implémenter les deux règles du calcul de la résolution. On assumera que le module `Terme` est implémenté.

- Proposer des types de données pour les formules atomiques et pour les clauses.
- Définir une fonction `unify` dont les arguments sont deux formules atomiques (et qui produit un unificateur de ces formules).
- Définir un fonction `apply` qui applique une substitution à une formule atomique, et une fonction similaire qui applique une substitution à une clause.
- Définir un fonction `fact` qui appliqué à une clause produit la liste de toutes les clauses qu'on peut engendrer à l'aide de la règle de factorisation (droite).
- Définir un fonction `res` qui appliqué à deux clauses produit la liste de toutes les clauses qu'on peut engendrer à l'aide de la règle de résolution.

**Exercice 7.** On veut implémenter en OCaml un démonstrateur automatique. Organiser le travail d'implémentation :

- Définir les modules et les relations de dépendance entre les modules.
- Pour chaque module, donner une description de son interface (fichier `.mli`).
- Partager le travail d'implémentation.