

TP 2

1. Fonctions récursives sur les listes.

1.1. Définir la fonction *LOC*, qui appliquée à une liste *l* et un élément *e*, renvoie la position “la plus à gauche” de *e* dans *l* si *e* appartient à la liste, en comptant à partir de 1. Que faire dans le cas contraire?

LOC [4 ; 6 ; 7 ; 8] 7 ---> 3

1.2. Définir la fonction *NIEME*, qui pour *n* entier donné, fournit le *n*-ième élément d’une liste, en comptant *n* à partir de 0 pour le premier élément. Prévoir le cas où *n* est trop grand.

NIEME [2 ; 6 ; 5 ; 9 ; 1] 3 ---> 9

1.3. L’itérateur *map2* permet d’appliquer une fonction de 2 arguments en parallèle sur deux listes, terme à terme, et constitue la liste des résultats.

Ainsi *map2* *f* [*x*₁ ; *x*₂ ; ... ; *x*_{*n*}] [*y*₁ ; *y*₂ ; ... ; *y*_{*n*}] ---> [*f* *x*₁ *y*₁ ; *f* *x*₂ *y*₂ ... ; *f* *x*_{*n*} *y*_{*n*}]

Ecrire une définition possible de *map2*

2. Ensembles finis représentés par des listes.

On peut représenter un ensemble fini $E = \{a, b, c\}$ par une liste de ses éléments, telle que $L1 = [a ; b ; c]$, mais l’ordre des éléments dans la liste peut être quelconque. Ainsi $L2 = [b ; a ; c]$ représente aussi l’ensemble E . Par ailleurs, il ne doit pas y avoir de répétition d’éléments identiques dans la liste.

Par exemple, $L3 = [a ; a ; b ; c]$ ne représente pas un ensemble.

On pourra utiliser la fonction *mem* qui teste si un élément appartient à une liste.

2.1. Définir la fonction *EST_ENS* qui teste si une liste représente un ensemble, selon le critère indiqué.

2.2. Définir la fonction *CREER* qui crée un ensemble, à partir d’une liste quelconque.

2.3. Définir l’opérateur ensembliste classique *INTER* qui donne l’intersection de deux ensembles. (Cette fonction existe en CaML, sous le nom *intersect*).

2.4. Définir la relation d’inclusion *INCLUS*, puis l’égalité *EGAL* entre ensembles.

3. Vecteurs et matrices représentés par des listes

Un vecteur peut être représenté par une liste de ses composantes.

3.1. Définir une fonction *prodscal* qui calcule le produit scalaire de deux vecteurs de mêmes dimensions, représentés par des listes de flottants. Prévoir un (ou des) cas d’erreur.

3.2. Définir une fonction *NORME* qui calcule la norme d’un vecteur (de dimension quelconque) de nombres réels.

NORME [1. ; 3. ; 4. ; 3. ; 1.] ---> $\sqrt{(1. + 9. + 16. + 9. + 1.)} = 6.$

3.3. Définir la fonction *transpose* qui transpose une matrice d’entiers représentée comme liste de listes

Par exemple: *transpose* [[1; 2; 3];
[4; 5; 6]] ;; ---> [[1; 4];
[2; 5];
[3; 6]]

3.4. Une matrice de longueur *p* et de hauteur *n* peut s’appliquer sur un vecteur *V* de dimension *p*, pour fournir un vecteur résultant *M V* de dimension *n*. Ce vecteur a pour composantes successives les produits scalaires

$L_1.V, L_2.V, \dots, L_n.V$

En utilisant la fonction *prodscal*, définir une fonction *appliquemat* qui, étant donnée une matrice *m* de flottants et un vecteur *v* de flottants, applique *m* sur *v*. Donner une solution récursive et une solution avec itérateur.

3.5. Définir la fonction *prodmat* qui calcule le produit de deux matrices quelconques (avec cohérence des dimensions).