

Examen de substitution – Complexité (SINA09B)

Examen oral, sujet A.

Durée : 30 minutes de préparation, puis 30 minutes de présentation.

(Barème indicatif)

Documents : non autorisés.

Exercice 1.

Complexité des algorithmes (6 points)

Soit l'algorithme suivant, où n est un nombre entier positif :

```

parité(n) :
  si n est pair alors:
    pour i de 1 à n faire:
      pour j de 1 à i faire:
        k = n
        tant que k > 1 faire:
          k = k / 2          /* division entière */
      retourner 0
  sinon:
    retourner 1

```

1. Quelle est la complexité de l'algorithme parité? Justifier brièvement.
2. Cette complexité est-elle polynomiale ou exponentielle? Justifier.

Exercice 2.

3-SAT et Stable (14 points)

Soit les deux problèmes de décision suivants.

3-SATEntrée : une formule propositionnelle φ en forme normale conjonctive, dont toutes les clauses sont de taille trois.Question : est-ce que φ est satisfaisable?**Stable**Entrée : un graphe non-orienté $G = (V, E)$ et un entier $k \in \mathbb{N}$.Question : G contient-il un stable (sous-ensemble de sommets indépendants) de taille k ?

1. Expliquer comment construire une instance négative de **3-SAT** avec 10 variables.
2. Expliquer pourquoi les problèmes **3-SAT** et **Stable** appartiennent à la classe NP.
3. Qu'est-ce qu'une réduction polynomiale?
4. Qu'est-ce qu'un problème NP-difficile?
5. En vous inspirant du schéma suivant, décrire la transformation d'une réduction polynomiale de **3-SAT** à **Stable**, et argumenter de l'équivalence des instances.

$$\varphi = (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

