

---

**DM 02 – Complexité de Kolmogorov**

---

**Consignes :**Travail individuel.

À rendre le lundi 6 février 2023.

Toutes vos réponses doivent être justifiées.

**Exercice 1.***Complexité de Kolmogorov*

Nous avons vu un encodage des couples de mots binaires  $f : \{0, 1\}^* \times \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$  tel que  $\forall x, y \in \{0, 1\}^*$  on a  $|f(x, y)| = 2 \cdot \log_2(|x|) + |x| + |y|$ .

1. Proposer un encodage plus efficace, c'est-à-dire  $g : \{0, 1\}^* \times \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$  tel que  $\exists n_0 \in \mathbb{N} : \forall n_x, n_y \geq n_0 : \forall x \in \{0, 1\}^{n_x}, y \in \{0, 1\}^{n_y} : g(x, y) < f(x, y)$ .
2. Montrer que  $\exists c \in \mathbb{N} : \forall x, y \in \{0, 1\}^* : K(xy) \geq K(x) - \log_2(|x|) - c$ .
3. Montrer que  $\exists c \in \mathbb{N} : \forall n \geq 2 : \forall x, y, z \in \{0, 1\}^n : K(xyz) \leq K(x) + K(y) + K(z) + c \cdot \log_2(n)$ .