Interrogation 01 – Définitions – mardi 28/02/2023

45 minutes, **documents non-autorisés.** Ce sujet comporte **2 pages** et **4 exercices**.

Nom : ....

Prénom : ....

Numéro étudiant : ....

Exercice 1.

Réduction (5 points)

✎ Donner la définition d'une réduction many-one Turing de A vers B.

Exercice 2.

Texte à choix multiple (6 points)

Compléter les phrases suivantes en cochant **une seule case** par choix multiple.
Chaque bonne réponse donne $+1$ point, chaque mauvaise réponse donne $-\frac{1}{2}$ point.

1. Soit $\Sigma = \{0, 1\}$ et une machine M. Le code de M, noté $\langle M \rangle$, est

☐ un sous-ensemble de Σ^* ☐ un élément de Σ^* ☐ un langage de Σ^*

2. L'ensemble des mots $w \in \{a, b\}^*$ qui terminent par la lettre a, est

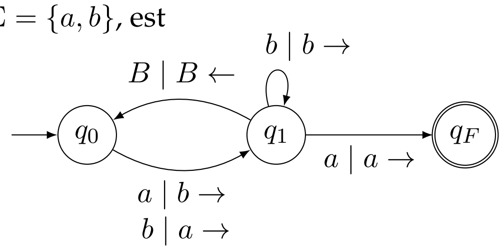
☐ une instance calculable ☐ une famille close par union ☐ un langage décidable

3. Il est possible qu'un langage soit

☐ non semi-décidable mais décidable ☐ semi-décidable mais non décidable
☐ décidable mais de complémentaire non décidable

4. Le langage reconnu par la machine ci-contre, sur $\Sigma = \{a, b\}$, est

☐ $L = \Sigma^* \setminus \{\epsilon, a, b\}$
☐ $L = \{awa \mid w \in \Sigma^*\}$
☐ $L = \{xuav \mid x \in \Sigma$ et $u \in \Sigma^*$ et $v \in \Sigma^*\}$



5. Pour une machine M et un mot w, si $M(w) \uparrow$ alors $M(w)$ est

☐ indéfini ☐ la valeur du résultat de M sur l'entrée w ☐ égal à $\mathbf{halt}(\langle M \rangle, w)$

6. Pour une machine M avec états $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_F\}$, alphabet d'entrée $\Sigma = \{a, b\}$, symbole blanc B, telle que $\delta(q_0, b) = \delta(q_0, B) = (q_0, b, \leftarrow)$ et $\delta(q_0, a)$ est indéfini, on a toujours

☐ $L(M) = \emptyset$ ☐ $\epsilon \in L(M)$ ☐ $L(M) = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$

Exercice 3. *Théorème de l'arrêt (9 points)*

✎ Démontrer le théorème de l'arrêt, énoncé ci-dessous.

Théorème. La fonction **halt** : $(\langle M\rangle, w) \mapsto \begin{cases} 0 \text{ si } M(w)\uparrow \\ 1 \text{ sinon} \end{cases}$ n'est pas calculable.

Exercice 4. *Clôture (Bonus 4 points)*

✎ Soit $L \subseteq \Sigma^*$. Expliquer pourquoi, si L et son complémentaire $\Sigma^* \setminus L$ sont tous deux semi-décidables, alors L est un langage décidable.