
DM 01 – Code d'une machine de Turing et réduction

Consignes :

Nous attendons un travail individuel, tout plagiat est interdit et sera sanctionné.

Votre rendu doit être téléversé en un seul fichier PDF sur Ametice.

Date limite du rendu : **lundi 15 mars 2021 23h59**.

Exercice 1.*Code d'une machine de Turing*

Nous avons vu dans le Cours 3 le code $\langle M \rangle$ d'une machine de Turing M .

1. Proposer un autre encodage des machines de Turing sur l'alphabet $\{0, 1\}$, c'est-à-dire définir une fonction injective qui à une machine de Turing M associe un mot binaire $\langle M \rangle$. Votre fonction doit vérifier, en notant $L_{enc} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = \langle M \rangle \text{ pour une MT } M\}$ et $L'_{enc} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = \langle M \rangle \text{ pour une MT } M\}$, que l'on ait $L_{enc} \neq L'_{enc}$.
2. Définir une machine de Turing M'_{enc} telle que $L(M'_{enc}) = L'_{enc}$.
(Si vous n'avez pas répondu à la question 1 alors considérez L_{enc} au lieu de L'_{enc} .)
3. Peut-on en déduire que L'_{enc} est semi-décidable? décidable? Justifier.
(Si vous n'avez pas répondu à la question 1 alors considérez L_{enc} au lieu de L'_{enc} .)

Exercice 2.*Réduction(s)*

Rappel : le langage $L_{\bar{u}} = \{\langle M \rangle \# w \mid w \notin L(M)\}$ n'est pas semi-décidable.

1. Écrire votre nom de famille, en caractères minuscules.
2. Utiliser votre réponse à la question 1 comme graine pour générer quatre mots aléatoires sur l'alphabet $\{a, b\}$ à la page suivante :
<https://pageperso.lis-lab.fr/kevin.perrot/prng/calculabilite-dm01.html>
En réponse à cette question, écrire ces quatre mots w^1, w^2, w^3, w^4 sur votre copie.
3. Est-ce que $L_{\bar{u}} \leq_m^T L^- = \{\langle M \rangle \mid w_1 \notin L(M) \text{ et } w_2 \notin L(M)\}$?
Si oui, proposer une telle réduction. Justifier.
4. Est-ce que $L_{\bar{u}} \leq_m^T L^+ = \{\langle M \rangle \mid w_3 \in L(M) \text{ et } w_4 \in L(M)\}$?
Si oui, proposer une telle réduction. Justifier.