Université de Provence LST 2ème année

# Langages et Automates

## Partiel du 8 mars 2011

Durée : 2h - Poly de cours autorisé.

*Les 5 exercices sont indépendants.*

**1. Langages dénotés par une expression régulière.** Donner une description en français des langages dénotés par les expressions régulières suivantes :

$i)$ $a^* + b^*$

$ii)$ $((a+b)(a+b))^*$

$iii)$ $(a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^*$

$iv)$ $(a^*b^*)^*$

**2. Reconnaissance par un automate.** Pour chacun des langages ci-dessous, dessiner un automate qui le reconnaît.

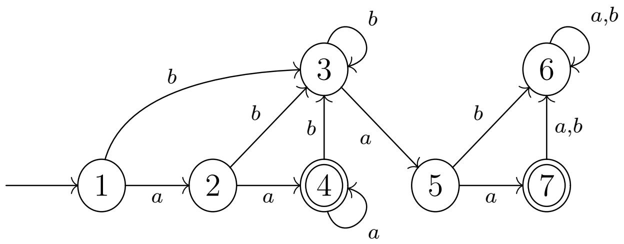
$i)$ $L_1$ est le langage dénoté par $aba + bab$.

$ii)$ $L_2$ est le langage dénoté par $(aba)^* + (bab)^*$.

$iii)$ $L_3 = \{u \in \{a,b\}^*$ tel que $u$ contient le facteur $bbb\}$.

$iv)$ $L_4 = \{u \in \{a,b\}^*$ tel que $u$ ne contient pas le facteur $bbb\}$.

**3. Automate et expressions régulières.** On considère l'automate $\mathcal{A} = (V, Q, \delta, q_0, F)$ suivant.




$i)$ Expliciter $V$, $Q$, $\delta$, $q_0$ et $F$ (on représentera $\delta$ par sa table de transition).

$ii)$ Donner 4 mots acceptés par $\mathcal{A}$ et 4 mots refusés par $\mathcal{A}$.

$iii)$ Dire, sans calculer explicitement $L(\mathcal{A})$, si ce langage est fini ou infini (justifiez votre réponse).

$iv)$ Donner, sans justification, une expression régulière dénotant $L(\mathcal{A})$.

**4. Automate des résiduels.** On considère le langage $L$ dénoté par l'expression régulière $0^*1^*00$.

$i)$ Calculer tous les résiduels de $L$.

$ii)$ Dessiner l'automate des résiduels de $L$.

**5. Préfixes d'un langage reconnaissable.** Pour tout langage $L$ sur un alphabet $V$, on note $\mathsf{pref}(L)$ l'ensembles des préfixes de mots de $L$. Autrement dit :

$$\mathsf{pref}(L) = \{u \in V^* : \exists v \in V^* \text{ t.q. } uv \in L\}.$$

Montrer que si $L$ est reconnaissable, alors $\mathsf{pref}(L)$ l'est aussi.

Université de Provence LST 2ème année

# Langages et Automates

## Corrigé du partiel du 8 mars 2011

**1. Langages dénotés par une expression régulière.**

$(i)$ $a^* + b^*$ : mots de $\{a, b\}^*$ écrits avec une seule lettre.

$(ii)$ $((a + b)(a + b))^*$ : mots de longueur paire.

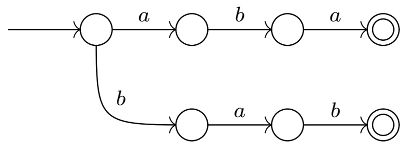
$(iii)$ $(a + b)^*a(a + b)^*b(a + b)^*$ : mots ayant au moins une occurrence de $a$ puis ensuite une occurrence d'un $b$.

$(iv)$ $(ab)^*$ : mots commençant par $a$, finissant par $b$ et n'ayant pas deux $a$ ou deux $b$ consécutifs.

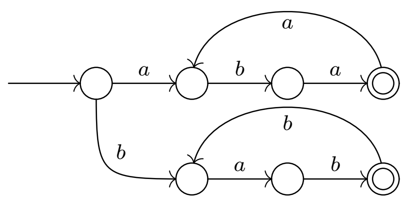
$(v)$ $(a^*b^*)^*$ est l'ensemble de tous les mots.

**2. Reconnaissance par un automate.**

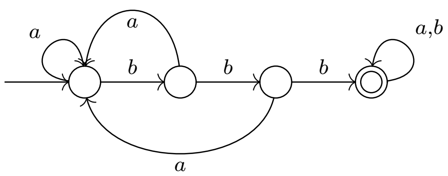
$i)$ $aba + bab$ :



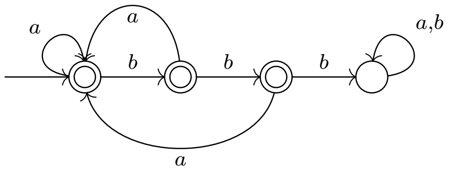

$ii)$ $(aba)^* + (bab)^*$ :




$iii)$ $(a + b)^*bbb(a + b)^*$ :



$iv)$ Complémentaire de $(a+b)^*bbb(a+b)^*$ :




**3. Automate et expressions régulières.**

$i)$ $V = \{a, b\}$, $Q = \{1, \ldots, 7\}$, $q_0 = 1$, $F = \{4, 7\}$ et $\delta =$

| | $a$ | $b$ |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 4 | 3 |
| 3 | 5 | 3 |
| 4 | 4 | 3 |
| 5 | 7 | 6 |
| 6 | 6 | 6 |
| 7 | 6 | 6 |

$ii)$ $abaa, a^4, b^5aa, a^2b^3aa \in L(\mathcal{A})$ ; $ba, aab, aba, \varepsilon \notin L(\mathcal{A})$.

$iii)$ $L(\mathcal{A})$ est infini : il contient par exemple tous les mots de $aaa^*$.

$iv)$ $L(\mathcal{A}) = a^*b^*aa$.

**4. Automate des résiduels.** On considère le langage $L$ dénoté par l'expression régulière 0*1*00.

$i)$ Résiduels de $L$.

$L/\varepsilon = L$ ;

$L/0 = L + 0$ ; $L/1 = 1^*00$ ;

$L/00 = L + 0 + \varepsilon$ ; $L/01 = L/1$ ;

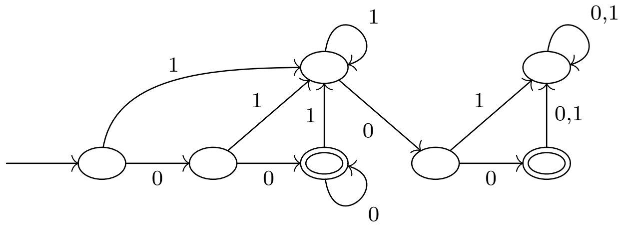
$L/10 = 0$ ; $L/11 = L/1$ ;

$L/000 = L/00$ ; $L/001 = L/1$ ;

$L/100 = \varepsilon$ ; $L/101 = \varnothing$ ;

$L/1000 = L/1001 = L/1010 = L/1011 = \varnothing$.

$ii)$ Automate des résiduels de $L$.




**5. Préfixes d'un langage reconnaissable.** Soit $\mathcal{A} = (V, Q, \delta, q_0, F)$ un AFD qui reconnait $L$. Alors le langage $\mathsf{pref}(L) = \{u \in V^* : \exists v \in V^* \text{ t.q. } uv \in L\}$ est reconnu par l'AFD obtenu à partir de $\mathcal{A}$ en rendant acceptant tout état $p \in Q$ à partir duquel on peut accéder à un état de $F$.