

DU SQUELETTE DISCRET OU CONTINU

Dominique ATTALI et Edouard THIEL
Groupe Infodis - Laboratoire TIMC-IMAG
CERMO BP 53, 38041 GRENOBLE Cedex 9
Fax 76 51 49 48 - Tél 76 51 48 13
Email attali@imag.fr - thiel@imag.fr

Résumé :

Nous détaillons deux approches nouvelles dans leur domaine respectif : la squelettisation menée en distance discrète, et le squelette continu fondé sur le diagramme de Voronoï. Bien que ces deux méthodes agissent dans des espaces différents et malgré leurs spécificités, nous montrons qu'en réalité de grandes similarités existent dans les étapes mises en jeu et les problèmes rencontrés.

Mots clés :

Squelette, Image de distance, Diagramme de Voronoï, Triangulation de Delaunay, Axe Médian, Ligne Médiane, Ebarbulage.

1. Introduction

La description de forme est une étape importante en analyse d'images. Si l'objet a une forme simple, i.e a une silhouette compacte ou une frontière convexe, sa description peut être donnée en termes géométriques comme l'aire, le périmètre, le facteur de forme, les moments, etc. Ces traits sont parfois suffisant pour *classifier*, mais non pour *décrire* de façon adéquate une forme complexe, de frontière non convexe et pouvant être perçue comme l'union de régions simples. Dans ce cas, il vaut mieux suivre une approche structurelle.

La notion de squelette est apparue dans [Blum 64]. Les deux propriétés visées sont l'homotopie et la réversibilité. L'image et son squelette ont le même nombre de composantes connexes et pour chacune d'entre elles ont le même nombre de trous.

Centré dans la forme, le squelette fournit une représentation équivalente à l'objet et unidimensionnelle. La description de l'objet peut se faire entièrement à travers celle du squelette, qui possède toute l'information synthétisée.

Le calcul du squelette est une opération difficile. Impossible dans la représentation continue idéale, elle a divergé en deux familles de méthodes, discrètes et semi-continues, dont sont issues respectivement les deux approches que nous exposons, puis que nous comparons.

2. Le squelette mené en distance discrète

Nous présentons une méthode unifiée dédiée au calcul du squelette discret, valable pour les distances discrètes les plus courantes dans le maillage carré, qui sont d_4 , d_8 et les distances de chanfrein d_{3-4} et d_{5-7-11} [Borgefors 86] [Thiel 92].

2.1. Construction de la ligne médiane

Les bruits du bord et les irrégularités topologiques (trous nuisibles) sont préalablement nettoyés de l'image binarisée. La carte des distances au fond est calculée en deux balayages séquentiels sur l'image. Elle va servir à construire la ligne médiane, qui se compose de deux catégories de points, les points *intrinsèques* et les points *induits*.

Les points *intrinsèques* sont les points de l'axe médian et les points selle. L'axe médian, noté AM, est le lieu des centres des boules maximales dans la forme (i.e qui ne sont incluses dans aucune autre boule). AM correspond à un recouvrement de la forme, et est donc réversible. Il s'extrait en un seul passage sur l'image, et nécessite l'emploi de tables de correspondance pour les distances de chanfrein [Thiel 94]. Les points selle sont définis dans [Arcelli 93], et peuvent être calculés en même temps que AM. Ils constituent une crête connectant deux parties de la carte de distances comportant des poids plus élevés. La plupart des points selle sont des AM, et leur identification est déjà assurée. Les points selle qui restent à détecter sont bien souvent situés aux extrémités de ces crêtes.

En général, l'ensemble des points AM et des points selle n'est pas connecté. Aussi des points *induits* sont rajoutés en propageant des chemins sur les gradients maximaux. Le voisinage testé lors de la propagation dépend du masque de pondération de la distance employée. Des faux trous sont obtenus lorsque des chemins propagés (presque) parallèles se rencontrent. Leur taille est de 1 pixel pour d_4 , d_8 et d_{3-4} , de 1 ou 2 pixels pour d_{5-7-11} (pour laquelle le déplacement du cavalier est autorisé). Une fois ces trous remplis, la ligne médiane résultante est réversible, homotope, mais épaisse.

2.2. Extraction du squelette

La ligne médiane est réduite à l'épaisseur 1 en trois passages séquentiels sur l'image, par des opérations de suppression conservant la topologie et centrant au mieux le squelette dans la ligne

médiane [Thiel 94]. Le squelette pondéré n'est plus totalement réversible, mais les points perdus au niveau du bord sont épars, et insignifiants car leur présence dépendait fortement de la binarisation originale.

Une phase d'ébarbulage est nécessaire pour simplifier la structure du squelette, en supprimant des branches périphériques qui ne correspondent pas à des renflements significatifs pour une application donnée. Il s'agit entre autres de branches créées par des bruits du contour, ou par des artefacts de la réduction de l'épaisseur de la ligne médiane. L'ébarbulage est de plus important pour réduire la sensibilité du squelette à la rotation et au changement d'échelle.

La méthode développée est un ébarbulage contrôlé, qui agit dans des limites de réversibilité demandées (avec le *seuil d'ébarbulage*). Dans le même temps sont corrigés les zigzags, et sont supprimées les "dents" inesthétiques.

Le squelette résultant est une représentation adéquate de l'objet. Son calcul est très efficace, car la durée totale des étapes qui suivent le calcul de la carte de distances est du même ordre que celui-ci. L'algorithme est le même pour les différentes distances, nous permettant de comparer les différents résultats (figure 1), et de choisir la distance la plus adaptée aux besoins.

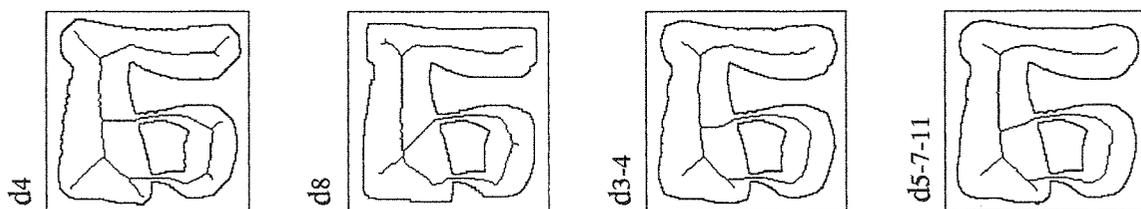


Figure 1. Squelette ébarbulé et bord externe de la forme recouverte

2.3. Polygonalisation

Le but de la partition du squelette est de le séparer en sous-ensembles représentant chacun une région simple de la forme. Si le squelette est polygonalisé dans le plan (x,y), seules les propriétés concernant la rectilinéarité des contours sont reflétées. Pour représenter l'épaisseur des régions en même temps que la géométrie du contour, nous devons aussi tenir compte de l'information "poids" du squelette pondéré.

Le squelette est d'abord désossé en branches, ce qui revient à décomposer la forme en régions étirées. Puis chaque branche est partagée en régions simples (appelées *gyxels* dans [Cortopassi 88]), en effectuant une approximation polygonale dans l'espace 3D (x, y, poids normalisé) de la branche. L'algorithme employé est le découpage récursif de [Pavlidis 77] en $O(n \cdot \log n)$ (n est le nombre de points de l'arc), avec un *seuil de polygonalisation*. Chaque segment représente un *gyxel*, qui est l'enveloppe convexe de ses disques extrêmes (le poids donne le rayon du disque). L'ensemble forme un graphe quasi réversible qui représente la forme par un recouvrement de *gyxels* (figure 2).

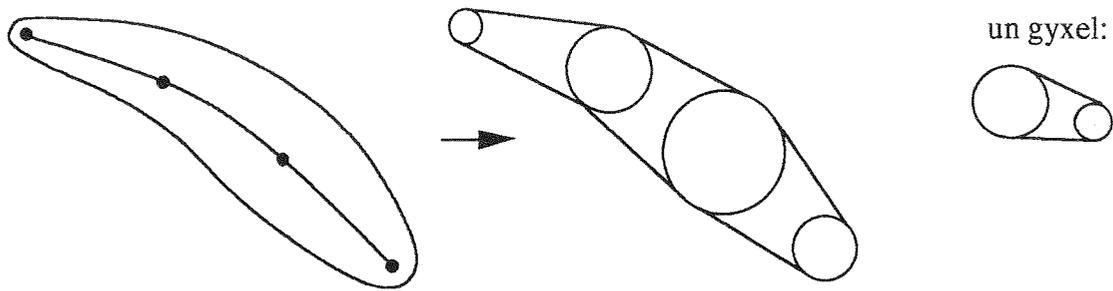


Figure 2. Décomposition d'un squelette en trois gyxels

On passe ainsi du bitmap au vectoriel, et l'on peut analyser sans revenir à l'image des formes perçues comme l'union de régions étirées [Sanniti 93a]. La méthode est très rapide, et génère une représentation synthétique qui tient compte à la fois de la courbure et de l'épaisseur.

3. Squelette continu fondé sur le graphe de Voronoï

Nous présentons une nouvelle méthode d'extraction de squelette continu faiblement bruité.

3.1. Fonctionnalités de notre algorithme

Notre méthode prend en entrée une *région polygonale consistante* et fournit en sortie un graphe représentant le squelette. Nous appelons *région polygonale* une partie bornée du plan dont la frontière est la réunion d'un nombre fini de polygones simples disjoints deux à deux. Chaque polygone de la frontière est muni d'une orientation, ce qui autorise la définition de régions non connexes et avec des "trous" (figure 3).

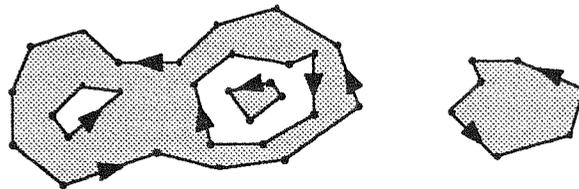


Figure 3. Région polygonale

Les régions polygonales fournissent des approximations de formes continues d'autant plus fines que le nombre de sommets des polygones frontière est important. Une région polygonale est dite *consistante* si sa frontière est incluse dans la triangulation de Delaunay de ses sommets (figure 4).

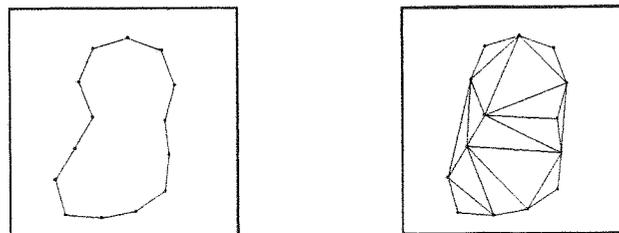


Figure 4. Région polygonale consistante. Le contour (à gauche) est inclus dans la triangulation de Delaunay (à droite).

3.2. Algorithme

Notre méthode est un prolongement d'algorithmes existants [Brandt 92] [Boissonnat 92] fondés sur la constatation suivante : le squelette d'une forme continue est inclus dans le diagramme de Voronoï des points de sa frontière [Schmidt 89]. Justifié par ce théorème, notre méthode squelettise une région polygonale A en trois étapes. Dans un premier temps, le diagramme de Voronoï noté V et la triangulation de Delaunay notée D des sommets de la région A sont calculés à l'aide des algorithmes décrits dans [Bertin 91] en $O(n \log n)$, où n est le nombre de sommets de A . Puis, le squelette est obtenu en sélectionnant un sous-graphe particulier de V . Ce sous-graphe, appelé *squelette primaire*, est très sensible aux incertitudes d'échantillonnage de la frontière et se trouve généralement surchargé de barbules non caractéristiques de la forme. Une dernière étape est alors nécessaire pour le filtrer.

3.3. Squelette primaire

Le squelette primaire est le sous-graphe de V assurant la réversibilité ainsi que l'homotopie avec la région polygonale initiale. Sous réserve que cette dernière soit consistante, on montre dans [Attali 94] que trouver un tel sous-graphe est toujours possible. La démonstration utilise l'existence de deux types de triangles de Delaunay, les triangles intérieurs et les triangles extérieurs, les triangles intérieurs formant un partitionnement de la région polygonale initiale. Le squelette primaire se définit alors comme le dual de l'ensemble des triangles intérieurs (figure 5). Notons que le dual des triangles extérieurs forme l'exosquelette. La réversibilité est assurée à condition de mémoriser pour chaque sommet de Voronoï faisant partie du squelette, le triangle de Delaunay dont il est le dual. La région initiale se reconstruit alors en prenant la réunion de ces triangles.

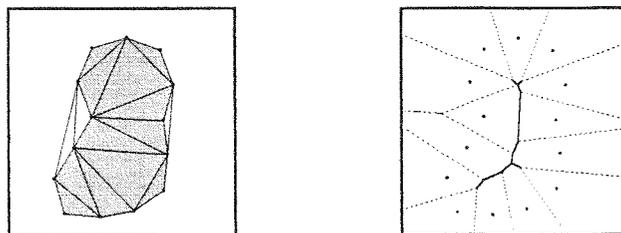


Figure 5. A gauche, les triangles de Delaunay intérieurs (grisés) partitionnent la région polygonale. A droite, le squelette primaire est le sous-graphe de V représenté en traits continus.

3.4. Filtrage du squelette primaire

Par définition, le squelette primaire est le dual de la région polygonale initiale A . Cette dualité conduit à penser que la simplification de l'un ne peut se faire indépendamment de la simplification de l'autre. Tirant profit de cette remarque, notre étape de filtrage ébarbule le squelette primaire et simultanément simplifie A .

Les sommets des polygones frontière de A sont ainsi supprimés un à un selon un critère angulaire. Cette suppression est répercutée d'une part sur le diagramme de Voronoï et le squelette par la suppression d'une barbule, et d'autre part de façon duale sur la triangulation de Delaunay et le type des triangles (un triangle intérieur pouvant devenir extérieur).

Le critère de sélection du sommet de A à supprimer dépend d'un angle calculé à partir de la position de ce sommet, de ses voisins et d'informations déduites de V et de D [Attali 93]. Lorsque cet angle est inférieur à un certain *angle limite* Δ , une suppression a lieu. Le critère est ainsi paramétré par Δ qui selon sa valeur dans l'intervalle $[0, 2\pi]$ fournit des squelettes plus ou moins filtrés. Leur superposition permet de définir une représentation hiérarchique de l'objet initial (figure 6c). Un squelette particulièrement représentatif de la forme est obtenu pour la valeur médiane $\Delta = \pi$.

La figure 6b montre la qualité du squelette obtenu. Notre méthode, grâce à l'utilisation d'angles, est indépendante de la dimension des objets à traiter. Elle permet un calcul efficace en $O(n \log n)$ où n désigne le nombre de sommets des polygones frontière de A.

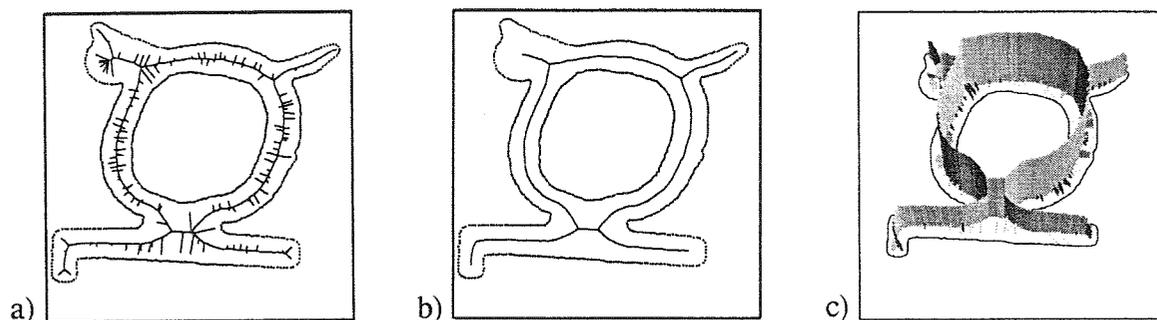


Figure 6. a) Squelette primaire b) Squelette filtré pour $\Delta = \pi$ c) Empilement des squelettes

4. Similitude et spécificité

Le squelette, tel qu'il est présenté dans l'introduction, correspond à une notion idéale. Défini dans l'espace continu pour des objets continus, son calcul exact est irréalisable en pratique, hormis pour quelques formes géométriquement simples comme les cercles ou les polygones [Lee 82]. C'est pourquoi, selon le mode de discrétisation choisi, deux types de méthodes ont émergé, l'approche discrète et l'approche semi-continue.

Dans un cas, la discrétisation intervient au niveau de la région, où l'objet est ramené à un ensemble de points sur un maillage. Dans l'autre cas, une représentation semi-continue de la frontière est adoptée, ce qui correspond à une discrétisation du contour en polygones.

Par la suite, nous montrons que le choix de la représentation conditionne l'espace de travail et la plupart des spécificités des méthodes. Pourtant, les concepts manipulés restent proches.

4.1. Centrage du squelette, réversibilité et homotopie

Pour centrer le squelette dans la forme, on calcule d'une part, l'axe médian à partir de la carte de distance et d'autre part, le diagramme de Voronoï. Ceci permet de *localiser* en première approximation l'endroit où doit passer le squelette.

La carte de distance est en réalité le diagramme de Voronoï des points du fond de l'image calculé sur la grille discrète [Klein 87]. En effet, pour chaque point de l'objet discret, il est possible d'associer le point du fond qui lui est le plus proche. Le diagramme de Voronoï discret est ainsi l'analogue du diagramme de Voronoï continu. Néanmoins, il est moins riche en information car il ne possède pas de structure de graphe.

Les points de l'axe médian et certains points du diagramme de Voronoï ont un rôle capital : ils assurent la *réversibilité* de la représentation. A ce titre, ils doivent être retenus comme devant faire partie du futur squelette. Les boules maximales forment un recouvrement de l'objet discret. De même, les sommets de Voronoï sélectionnés sont en bijection avec les triangles de Delaunay intérieurs qui partitionnent la région polygonale à squelettiser.

Assurer la réversibilité ne suffit pas. Il faut que le squelette soit également représentatif de l'objet de départ. Or, les centres des boules maximales, du fait de leur calcul dans un espace discret se trouvent déconnectés. De même, les sommets de Voronoï forment un ensemble de points isolés du plan continu. Pour conserver l'homotopie, il est essentiel de reconnecter ces deux ensembles de points. Dans le cas discret, la recherche des points selle permet de propager des chemins de connexions entre centres de boules maximales. Dans le cas continu, les sommets de Voronoï voisins dans le diagramme de Voronoï sont connectés par un segment de droite. Dans les deux cas, la façon de reconnecter n'est pas unique.

Les squelettes discrets ou continus possèdent le même défaut, ils sont très sensibles au bruit sur la frontière, rendant nécessaire une phase d'ébarbulage. Les barbules non significatives sont supprimées selon un critère paramétrable dans les deux cas. La perte due à la simplification du squelette est négligeable et les représentations sont quasi-réversibles (figure 7).

4.2. Graphe et hiérarchie

Les deux méthodes aboutissent à un graphe. Celui-ci est une représentation synthétique des objets à partir de laquelle leur description et leur analyse sont possibles. Chaque sommet du graphe est associée à une région (triangle ou gixel). Les arêtes fournissent les relations de voisinage entre ces régions. L'interprétation du graphe est cependant différente, le premier correspondant à un recouvrement de l'objet (en gixels) et le second à un partitionnement (en triangles). En conséquence, les opérations ultérieures sur le graphe ne peuvent pas avoir la même portée. Par exemple, le regroupement de branches est plus intuitif pour les gixels.

Les seuils présents dans la phase de simplification (ébarbulage et polygonalisation d'une part, angle limite d'autre part) permettent d'obtenir pour chaque objet initial une classe de squelettes plus ou moins filtrés. La prise en compte de tous ces squelettes aboutit à une représentation hiérarchique des objets, essentielle pour leur mise en correspondance.

5. Résultats

Les deux méthodes partent de données discrétisées, pour aboutir à une représentation symbolique continue (graphe). Bien que le passage du discret au continu ne s'effectue pas au même moment, nous avons montré dans cet article la grande similarité des deux types de squelettes. La figure 7 présente des résultats obtenus avec les deux méthodes à partir de la même image de départ. Le choix de la distance menant la squelettisation discrète influe fortement sur les résultats obtenus, tant du point de vue de l'aspect que des propriétés. Nonobstant, une distance quasi-euclidienne (d_{5-7-11} dans le cas de la figure 7) produit des résultats très proches de ceux de son homologue semi-continu.

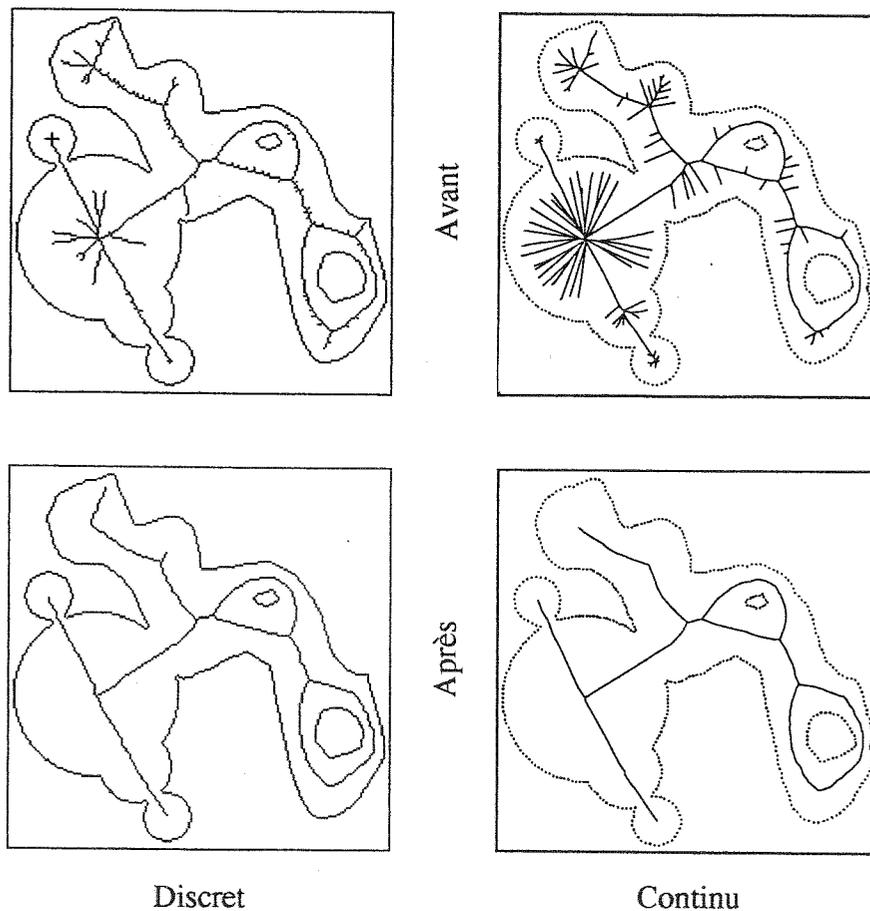


Figure 7 . Squelette discret et continu, avant et après ébarbulage

Références

- [Arcelli 93] C. Arcelli and G. Sanniti di Baja
"Euclidean skeleton via centre-of-maximal-disc extraction"
Image and Vision Computing, 11-3, pp 163-173, april 1993.
- [Attali 93] D. Attali et A. Montanvert
"Squelettes et Diagrammes de Voronoï"
Rapport de recherche, RR 922 - IMAG Grenoble, Juillet 1993.
- [Attali 94] D. Attali et A. Montanvert
"Squelettes et Diagrammes de Voronoï"
soumis au 9ème congrès RFIA, AFCET-INRIA ed., Paris, 1994.
- [Bertin 91] E. Bertin et J.M. Chassery
"Diagramme de Voronoï 3D : Construction et applications en imagerie 3D"
8ème Congrès RFIA, AFCET-INRIA, 803-808, Lyon (1991).
- [Blum 64] H. Blum
"A transformation for extracting new descriptors of shape"
Symp. on models for percep. of speech & visual form, Mit Press, 362-380, Boston, nov 1964.
- [Boissonnat 92] J.D.Boissonnat and B. Geiger
"Three dimensional reconstruction of complex shapes based on the delaunay triangulation"
Rapports de recherche N°1697, Mai 1992.
- [Borgefors 86] G. Borgefors
"Distance Transformation in Digital Images"
Comput. Vision Graphics Image Process., 34, pp 344-371, 1986.
- [Brandt 92] J.W. Brandt and V.R. Algazi
"Continuous Skeleton Computation by Voronoi Diagram"
CVGIP : Image Understanding, 55-3 (Mai 1992).
- [Cortopassi 88] P.P. Cortopassi and T.C. Rearick
"A computationally efficient algorithm for shape decomposition"
Proc of Comp. Vis. and Pattern Recogn., pp 597-601, June 1988.
- [Klein 87] F. Klein
"Euclidean Skeletons", *5th Scandinavian Conference on Image Analysis*, Stockholm, June 87.
- [Lee 82] D.T. Lee
"Medial axis Transformation for a Planar Shape"
IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-4, N°4, July 1982
- [Pavlidis 77] T. Pavlidis
Structural pattern recognition, Springer Verlag, New York, chapter 7, 1977.
- [Sanniti 93a] G. Sanniti di Baja and E. Thiel
"Shape description via weighted skeleton partition"
accepted for 7th ICIAP, Bari sept 20-22 1993.
- [Sanniti 93b] G. Sanniti di Baja and E. Thiel
"A multiresolution shape description algorithm"
accepted for CAIP'93, Budapest sept 13-15 1993.
- [Schmidt 89] M. Schmidt
"Some ex. of algo. analysis in comput. geometry by means of math. morphology techniques"
Geometry and Robotics, Boissonnat and Laumond ed., Lecture Notes in Computer Sc., 391, Springer-Verlag, Berlin (1989).
- [Thiel 92] E. Thiel and A. Montanvert
"Etude et amélioration des distances du chanfrein pour l'analyse d'images"
revue Technique et Science Informatiques, Hermès, 11.4, 9-41 (1992).
- [Thiel 94] E. Thiel
"Unification de la squelettisation menée en distance"
soumis au 9ème RFIA, AFCET-INRIA ed., Paris, 1994.