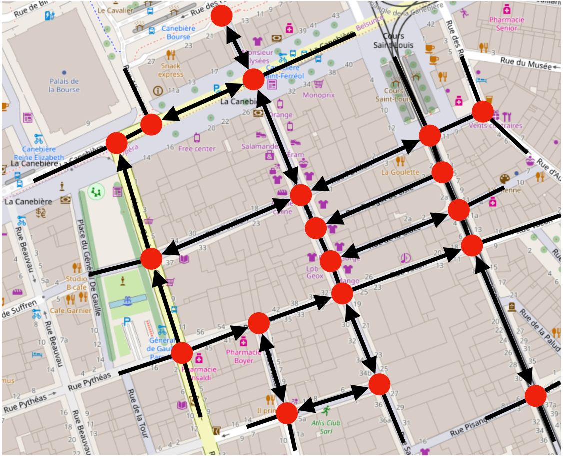
Structures de données : graphes

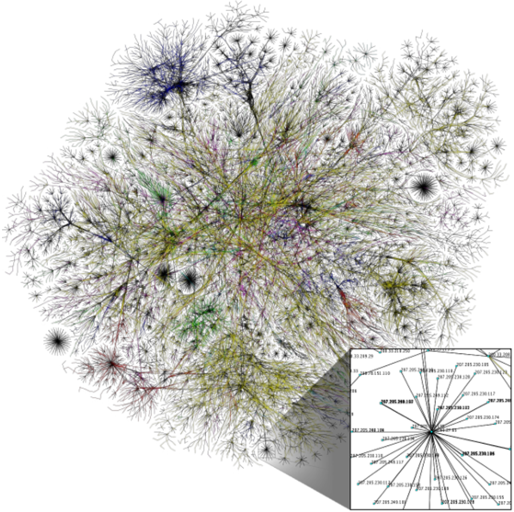
Benjamin Monmege

Exemples d'utilisation des graphes

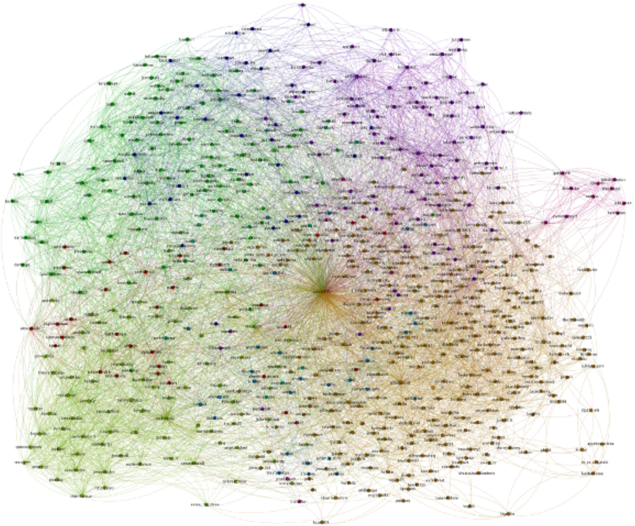
Réseau routier


La Canebière
Palais de la Bourse
Canebière Bourse
Cours Saint-Louis
Rue du Musée
Monoprix
Free center
Salamander
Éram
La Goulette
Place du Général De Gaulle
Rue Beauvau
Rue Pythéas
Rue de la Tour
Pharmacie Boyer
Atlis Club Sarl
Rue Pisançon
Rue de la Palud
Pharmacie Senior
Snack express
Cafe Garnier
Vents contraires

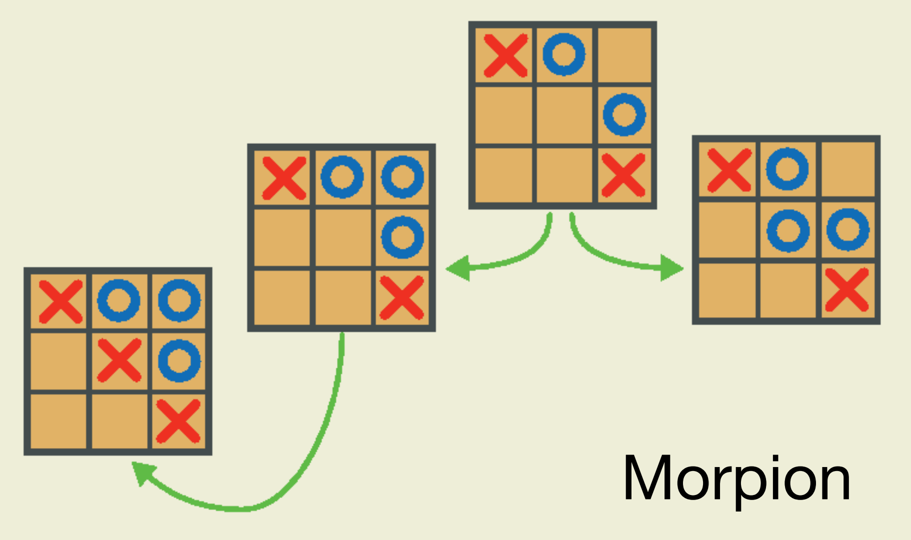
Internet



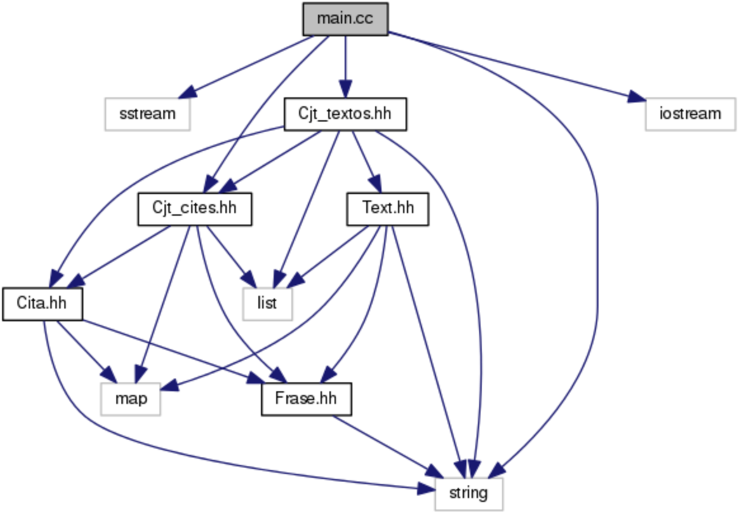
Réseaux sociaux



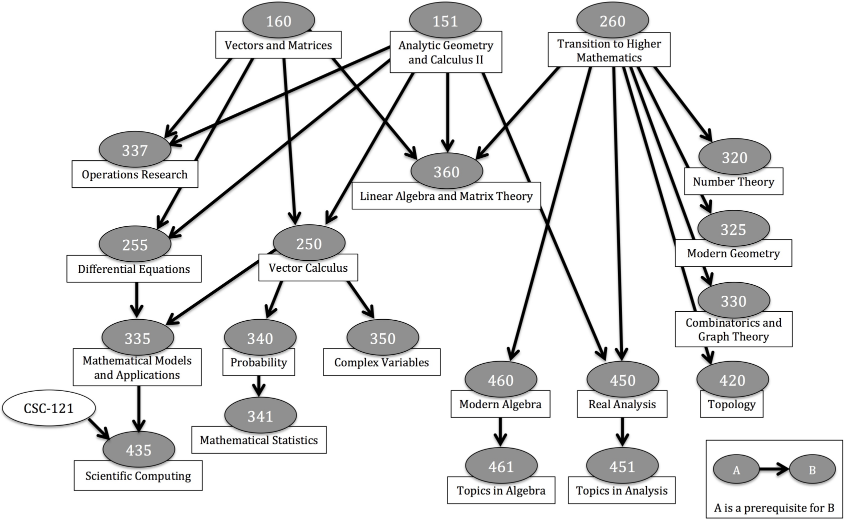
Jeux : graphe des configurations



Graphe de dépendances



Graphe de prérequis



Définition d'un graphe

Graphe orienté

Un *graphe orienté* est la donnée :

- d'un ensemble S de *sommets*
- et d'un ensemble A d'*arcs*, chaque arc étant un couple (u, v) de deux sommets (possiblement les deux mêmes), parfois noté $u \to v$: u est la source de l'arc et v sa destination

Graphe orienté

Un *graphe orienté* est la donnée :

- d'un ensemble S de *sommets*
- et d'un ensemble A d'*arcs*, chaque arc étant un couple (u, v) de deux sommets (possiblement les deux mêmes), parfois noté $u \to v$: u est la source de l'arc et v sa destination

Un *chemin* est une suite de sommets $u_0, u_1, \dots, u_k$ (avec $k \geq 0$) reliés par des arcs, c'est-à-dire telle que $u_i \to u_{i+1}$ pour tout $i \in \{0, \dots, k-1\}$.

Relation

Un graphe orienté permet de représenter une *relation* entre des éléments d'un ensemble fini :

- relation de parenté
- relation d'amitié (pas forcément réciproque)
- relation d'ordre sur l'âge...

Graphe non orienté

Si les flèches ne sont pas importantes pour modéliser le problème, on utilise plutôt un graphe *non orienté* :

- il est composé d'un ensemble A d'*arêtes*, chaque arête étant une paire $\{u, v\}$ de deux sommets distincts.

Graphe non orienté

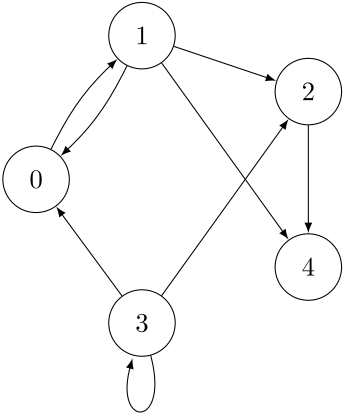
Si les flèches ne sont pas importantes pour modéliser le problème, on utilise plutôt un graphe *non orienté* :

- il est composé d'un ensemble A d'*arêtes*, chaque arête étant une paire $\{u, v\}$ de deux sommets distincts.

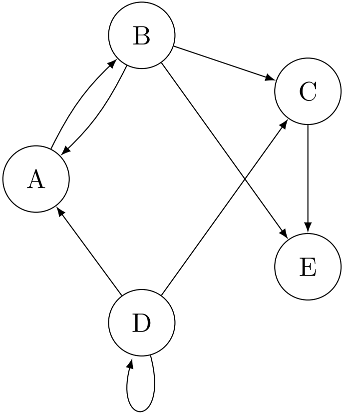
On parle alors de *chaîne* plutôt que de chemin.

Représentation d'un graphe

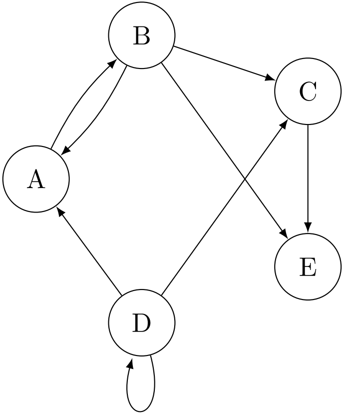
Matrice d'adjacence



	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
2	0	0	0	0	1
3	1	0	1	1	0
4	0	0	0	0	0



{'A' : ['B'],
'B' : ['A', 'E', 'C'],
'C' : ['E'],
'D' : ['A', 'C', 'D'],
'E' : []}



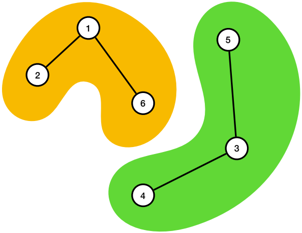
$$\{\text{'A'} : [\text{'B'}],$$
$$\text{'B'} : [\text{'A'}, \text{'E'}, \text{'C'}],$$
$$\text{'C'} : [\text{'E'}],$$
$$\text{'D'} : [\text{'A'}, \text{'C'}, \text{'D'}],$$
$$\text{'E'} : [\,]\}$$

Il existe aussi une représentation par liste de prédécesseurs: il faut choisir la meilleure des représentations selon le problème à résoudre sur les graphes. . .

Arbre comme sous-graphe

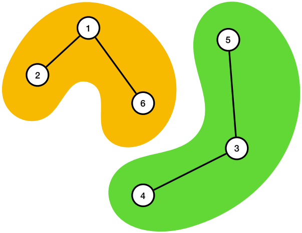
Connexité

- Une *composante connexe* d'un graphe non orienté est un ensemble maximal de sommets tous reliés les uns aux autres par un chemin.
- Un graphe peut se décomposer de manière unique en un ensemble de composantes connexes.
- Un graphe est dit *connexe* s'il ne possède qu'une unique composante connexe.



Connexité

- Une *composante connexe* d'un graphe non orienté est un ensemble maximal de sommets tous reliés les uns aux autres par un chemin.
- Un graphe peut se décomposer de manière unique en un ensemble de composantes connexes.
- Un graphe est dit *connexe* s'il ne possède qu'une unique composante connexe.



Une notion similaire existe pour les graphes orientés : la forte connexité

Acyclicité

- Un *circuit* dans un graphe non orienté est une chaîne partant et arrivant dans le même sommet. On parle de *cycle* dans un graphe orienté.
- Un graphe est dit *acyclique* s'il ne possède aucun circuit/cycle.

Caractérisation des arbres

Tout graphe connexe et acyclique est un arbre. . .

Caractérisation des arbres

Tout graphe connexe et acyclique est un arbre. . .

. . . au sens où on peut choisir n'importe quel sommet comme racine et obtenir un arbre d'arité non borné en considérant ses voisins, puis les voisins de ses voisins, etc.