

Compilation : grammaires attribuées

Arnaud Labourel



Section 1

Introduction

Traduction guidée par une grammaire abstraite

Sortie de l'analyse via une grammaire : Arbre de dérivation

Comment utiliser cet arbre pour produire le code cible ?

Difficultés

L'arbre de dérivation possède souvent des nœuds superflus (sans information) comme :

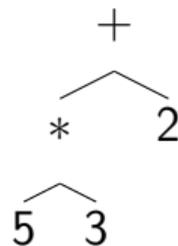
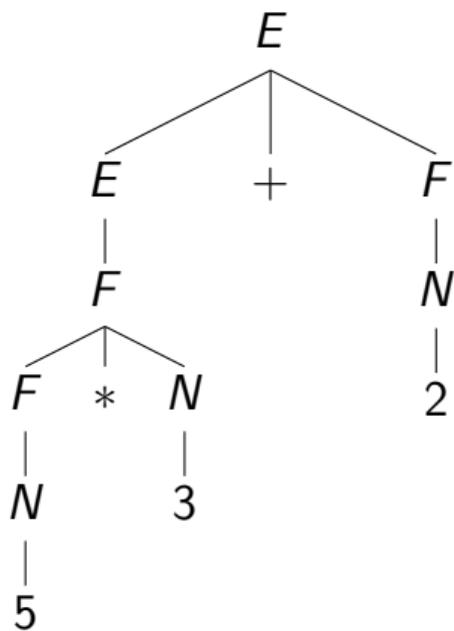
- les nœuds pour gérer les priorités d'opérateurs
- les nœuds pour gérer les listes d'éléments
- ...

Un *arbre abstrait* constitue une interface plus naturelle entre l'analyse syntaxique et l'analyse sémantique, elle ne garde de la structure syntaxique que les parties nécessaires à l'analyse sémantique et à la production de code.

Arbre de dérivation vs arbre abstrait

$G = \langle \{E\}, \{a, b\}, \{E \rightarrow E + F | F, F \rightarrow F * N | N, N \rightarrow 0 | 1 | \dots | 9\}, S \rangle$

Mot : $5 * 3 + 2$

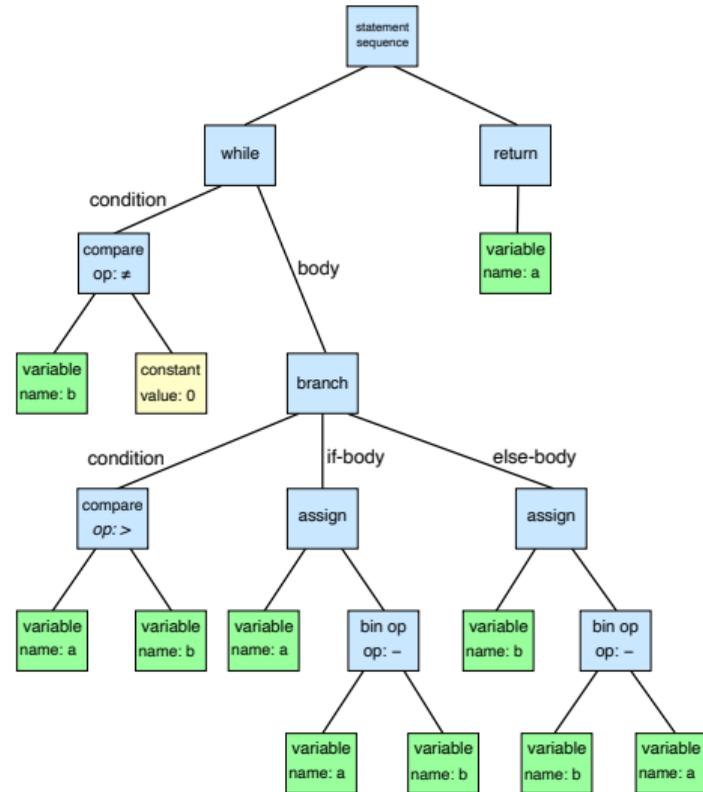


Exemple arbre de la syntaxe abstraite (AST)

```
while b != 0:  
    if a > b:  
        a = a - b  
    else:  
        b = b - a  
return a
```

Principes :

- Omission des nœuds inutiles (parenthèse, séparateurs, ...)
- Nœuds internes : opérateurs/structure de contrôle
- Feuilles : variables, littéraux, ...



Création de l'arbre abstrait

La création de l'arbre abstrait peut avoir lieu :

- *pendant* l'analyse qui produit l'arbre de dérivation
- après celle-ci en parcourant l'arbre

Pour cela, nous utilisons un formalisme appelé *grammaire attribuée*

Plus généralement, ce formalisme permet d'effectuer des calculs en même temps que la construction de l'arbre de dérivation

Principe

On va définir des règles à appliquer sur des attributs lors de la visite de chaque nœud de l'arbre.

Section 2

Grammaire attribuée : attributs synthétisés

Définition de la notion de grammaire attribuée

Une *grammaire attribuée* est une grammaire avec des actions sémantiques attachées aux règles

- Les *actions sémantiques* sont des affectations qui manipulent des attributs
- Un *attribut* est une variable quelconque associée à une construction du langage décrit par la grammaire, par exemple :
 - ▶ le type d'une expression
 - ▶ la valeur d'une expression
 - ▶ la ligne du programme (pour débogage)
 - ▶ un nœud de l'arbre abstrait
- On associe les attributs aux symboles terminaux et non terminaux de la grammaire.

Notations

$A.t$ est l'attribut t associé au symbole A .

Exemple d'actions sémantiques

règle	action sémantique
$A \rightarrow A a$	$A.n = A_1.n + 1$
$A \rightarrow \varepsilon$	$A.n = 0$

- L'attribut n est défini pour le symbole A
- $A.n$ est initialisé à 0 lors du parcours de la feuille ε
- À chaque fois qu'on voit un a , la valeur de $A.n$ est incrémentée de 1 par rapport à sa valeur en partie droite de production $A_1.n$
- La valeur de $A.n$ à la racine de l'arbre est le nombre de a du mot \implies cet attribut compte le nombre de a qui se suivent

Convention : quand une règle contient plusieurs instances du même symbole, les instances en partie droite sont numérotées 1, 2, ... pour distinguer les symboles. Le symbole en partie gauche est celui sans indice. Il s'agit bien du même symbole A et non pas de symboles différents.

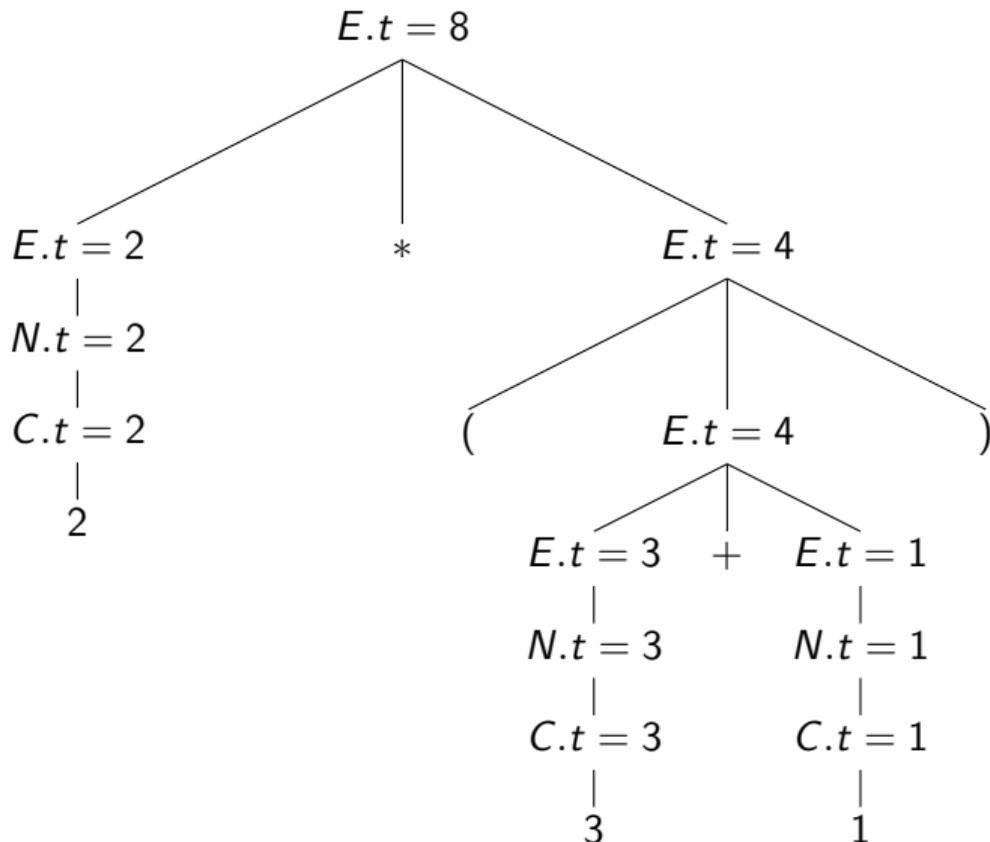
Exemple de grammaire attribuée : calculette

règle	action sémantique
$E \rightarrow E + E$	$E.t = E_1.t + E_2.t$
$E \rightarrow E * E$	$E.t = E_1.t * E_2.t$
$E \rightarrow (E)$	$E.t = E_1.t$
$E \rightarrow N$	$E.t = N.t$
$N \rightarrow N C$	$N.t = 10 * N_1.t + C.t$
$N \rightarrow C$	$N.t = C.t$
$C \rightarrow 0$	$C.t = 0$
$C \rightarrow 1$	$C.t = 1$
$C \rightarrow 2$	$C.t = 2$
...	...
$C \rightarrow 9$	$C.t = 9$

Attention

E_1 et E_2 sont des instances du non terminal E et non des symboles différents. Il est nécessaire de les distinguer afin de distinguer les traductions qui leur sont associées.

Exemple évaluation sur $2 * (3 + 1)$



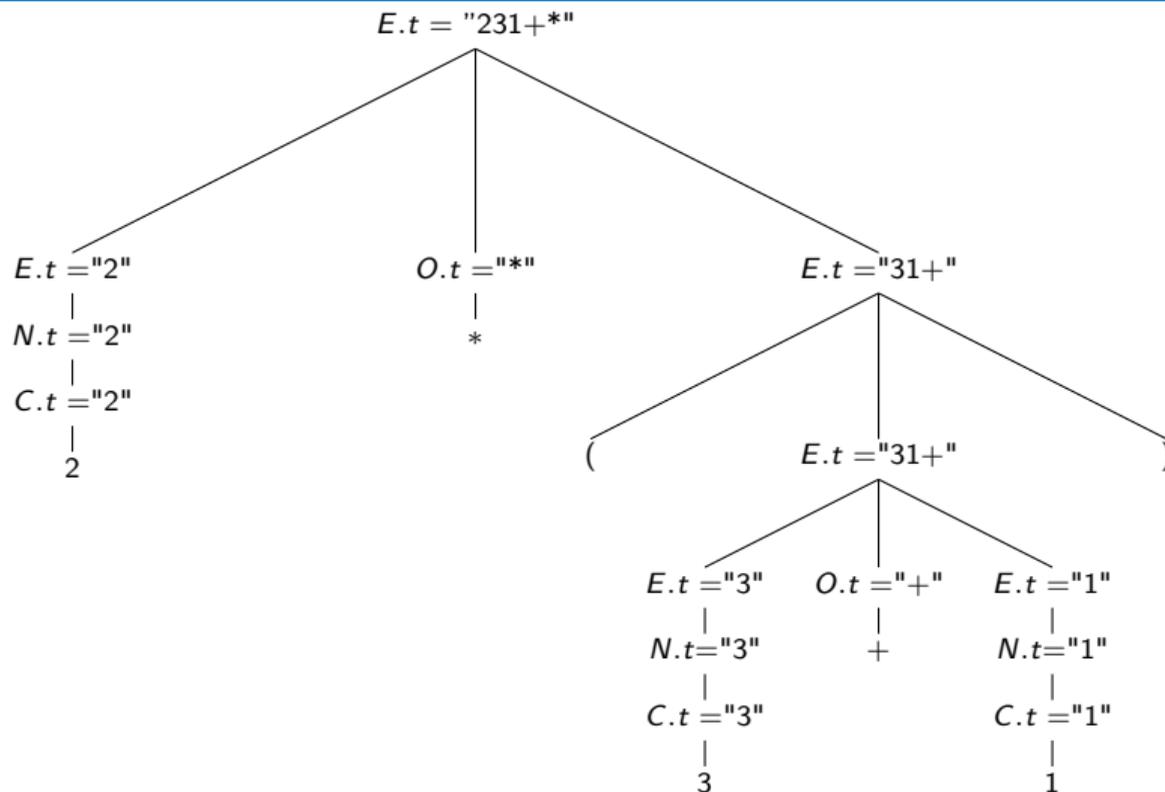
Exemple de grammaire attribuée : notation post-fixée

règle	action sémantique
$E \rightarrow E O E$	$E.t = E_1.t \parallel E_2.t \parallel O.t$
$E \rightarrow (E)$	$E.t = E_1.t$
$E \rightarrow N$	$E.t = N.t$
$O \rightarrow +$	$O.t = +$
$O \rightarrow -$	$O.t = -$
$N \rightarrow C N$	$N.t = C.t \parallel N_1.t$
$N \rightarrow C$	$N.t = C.t$
$C \rightarrow 0$	$C.t = 0$
$C \rightarrow 1$	$C.t = 1$
$C \rightarrow 2$	$C.t = 2$
\dots	\dots
$C \rightarrow 9$	$C.t = 9$

Notation

\parallel dénote la concaténation

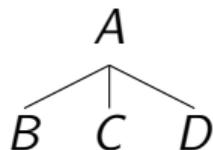
Exemple notation post-fixée sur $2 * (3 + 1)$



Attributs synthétisés

Un attribut est dit *synthétisé* si sa valeur au niveau d'un nœud A d'un arbre d'analyse est déterminée par les valeurs de cet attribut au niveau des *filles* de A et de A lui-même.

$$A.t = f(B.t, C.t, D.t)$$



- Les attributs synthétisés peuvent être évalués au cours d'un parcours *ascendant* de l'arbre de dérivation.
- Un tel parcours peut être effectué simultanément à la construction de l'arbre (lors de l'analyse syntaxique).
- Dans l'exemple, $B.t$, $C.t$ et $D.t$ doivent être calculés *avant* de calculer $A.t$.
- La grammaire est dite *S-attribuée*.

Exemple S-attribué : calculette

- La grammaire attribuée évalue la valeur des expressions
- La valeur finale se retrouve à la racine de l'arbre de dérivation
- Implémente précédenances et associativité gauche
- La grammaire est S-attribué (uniquement attributs synthétisés)
- On peut évaluer l'expression en même temps qu'on la dérive

règle	action sémantique
$E \rightarrow E + T$	$E.v = E_1.v + T.v$
$E \rightarrow E - T$	$E.v = E_1.v - T.v$
$E \rightarrow T$	$E.v = T.v$
$T \rightarrow T * F$	$T.v = T_1.v \times F.v$
$T \rightarrow T / F$	$T.v = T_1.v \div F.v$
$T \rightarrow F$	$T.v = F.v$
$F \rightarrow (E)$	$F.v = E.v$
$F \rightarrow n$	$F.v = n$

Test 1 : précédence des opérateurs

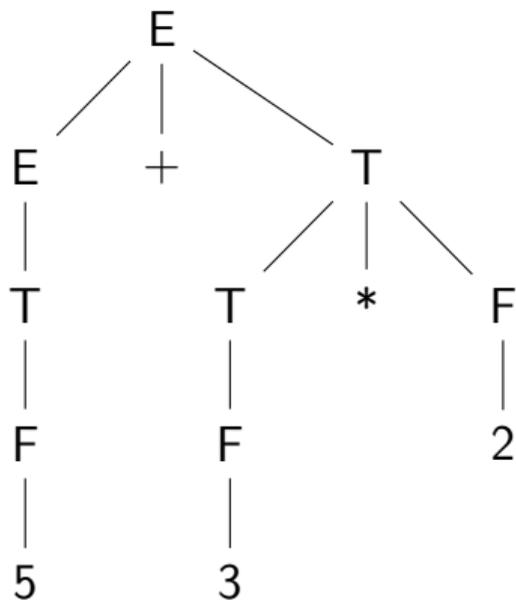
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$5 + (3 \times 2) = 11$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

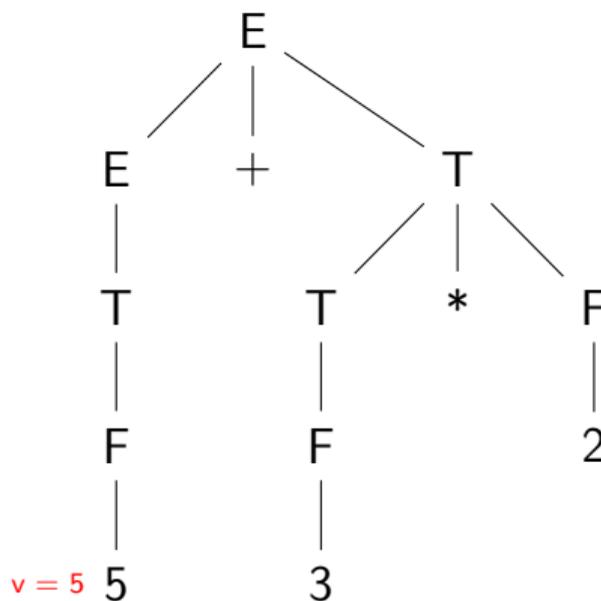
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$5 + (3 \times 2) = 11$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

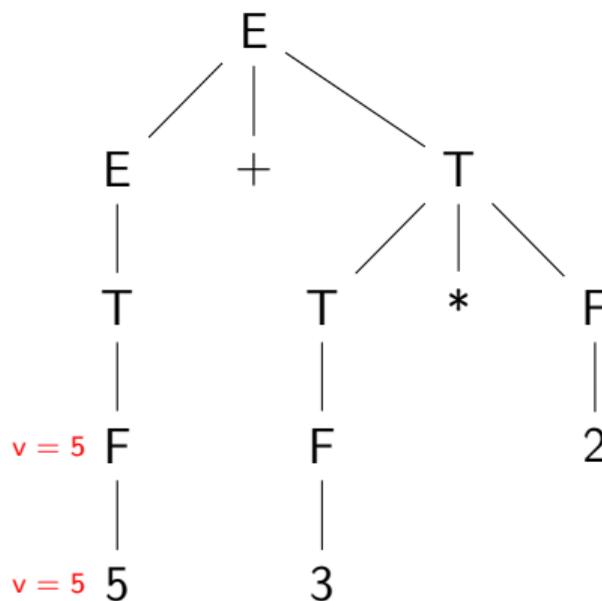
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$5 + (3 * 2) = 11$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

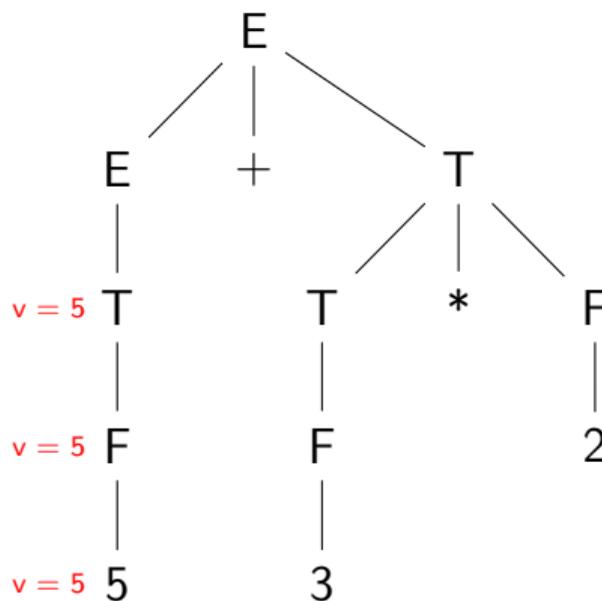
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$5 + (3 \times 2) = 11$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

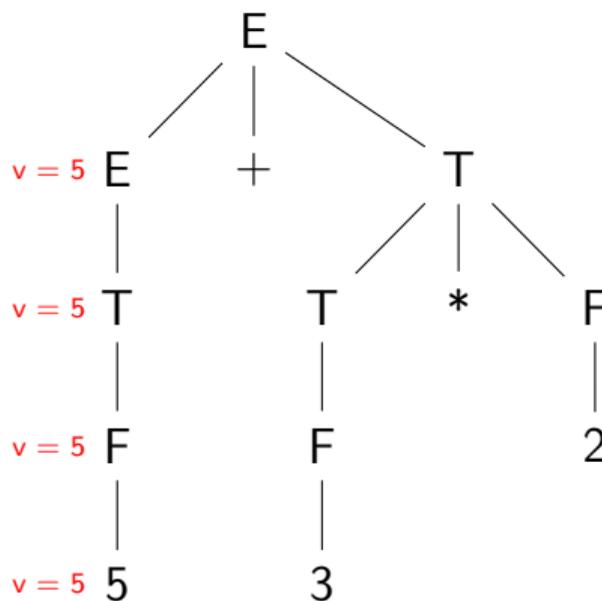
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$$5 + (3 \times 2) = 11$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

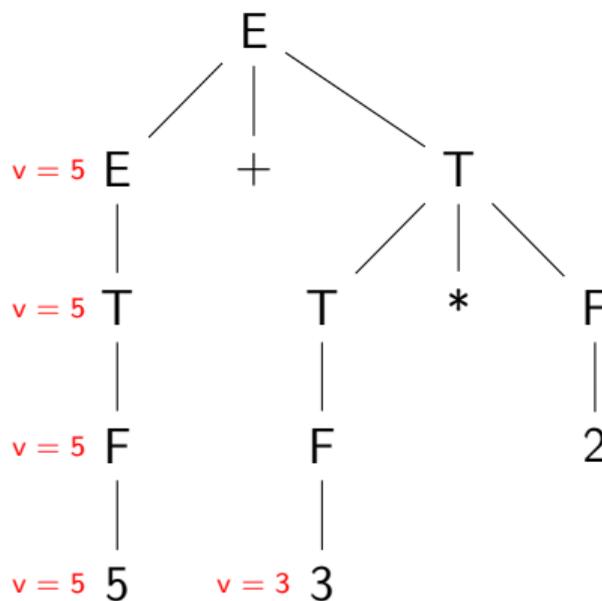
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$5 + (3 * 2) = 11$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

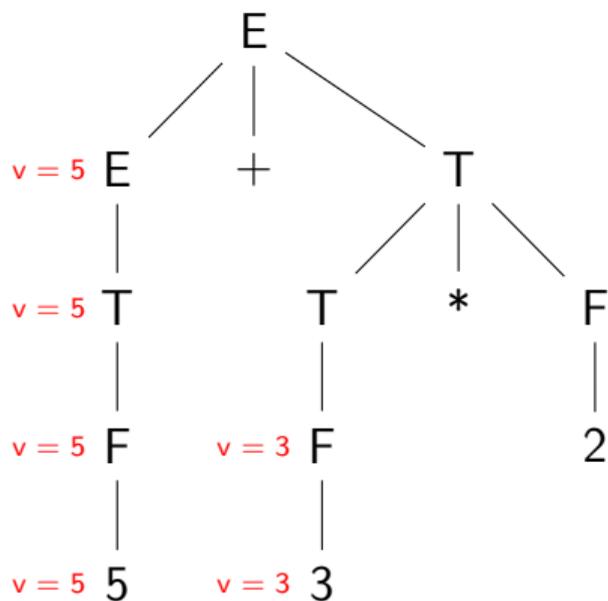
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$$5 + (3 \times 2) = 11$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

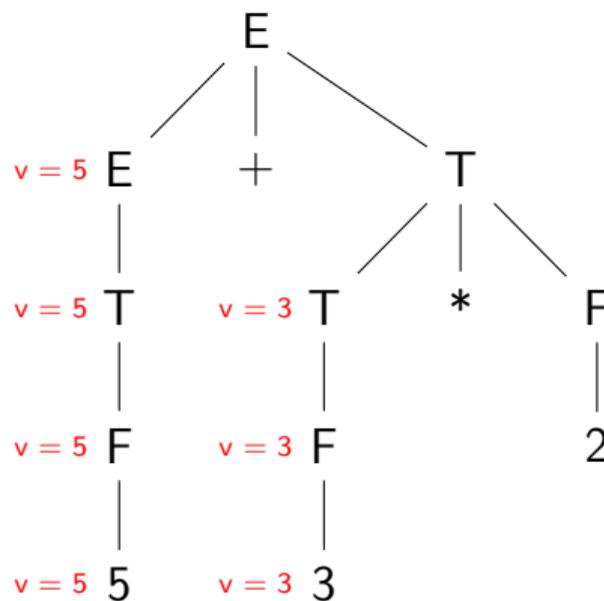
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$5 + (3 \times 2) = 11$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

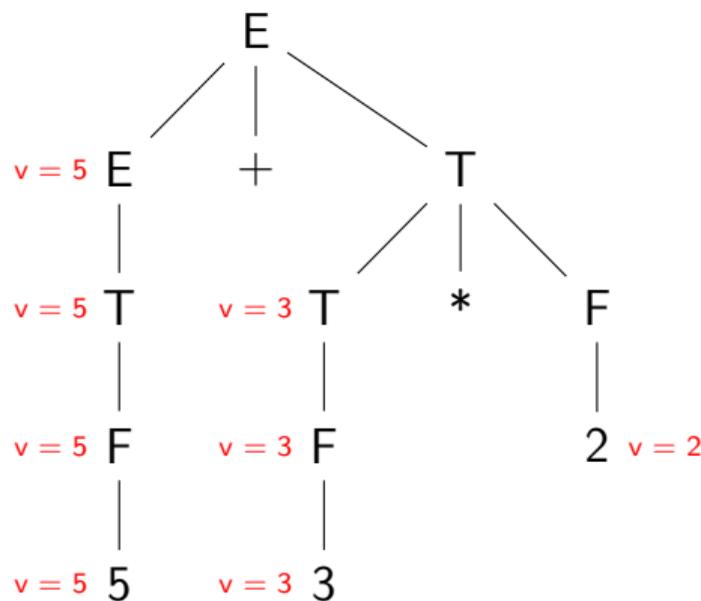
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$$5 + (3 \times 2) = 11$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

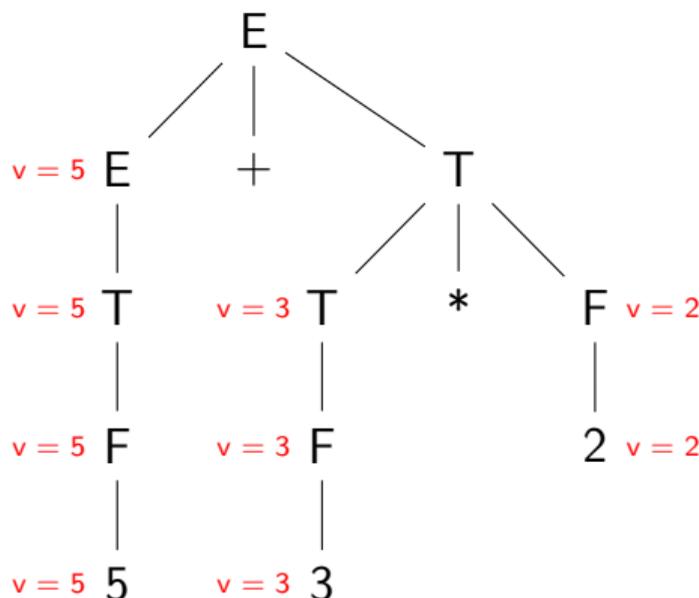
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$$5 + (3 \times 2) = 11$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

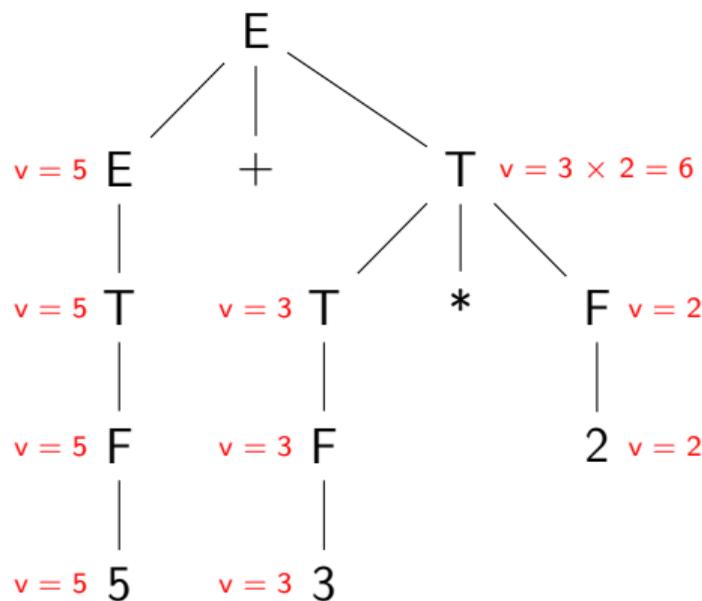
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$$5 + (3 \times 2) = 11$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 1 : précédence des opérateurs

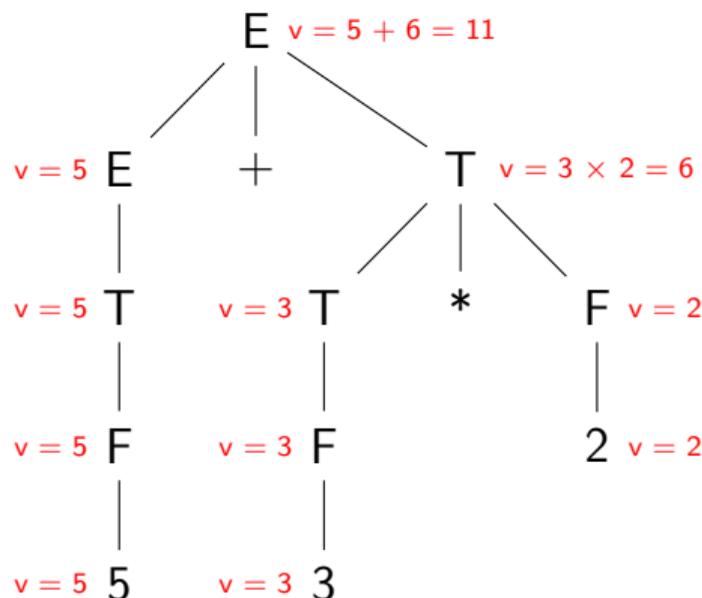
Mot : $5 + 3 * 2$

Expression à calculer :

$5 + (3 * 2) = 11$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

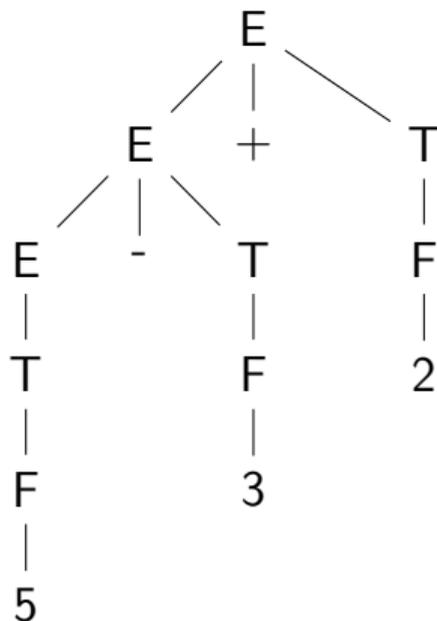
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

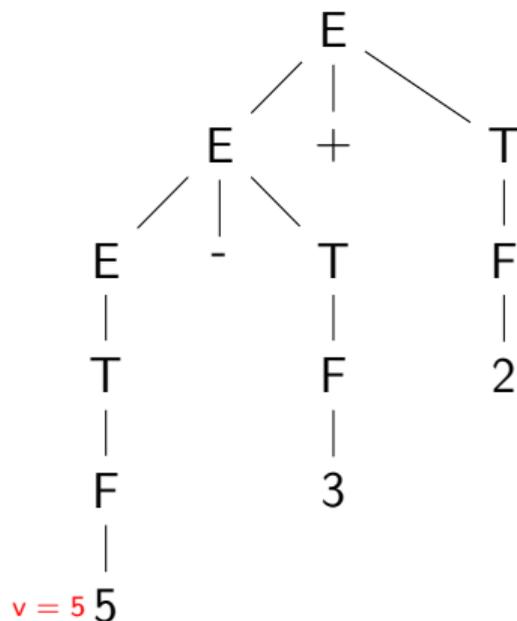
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

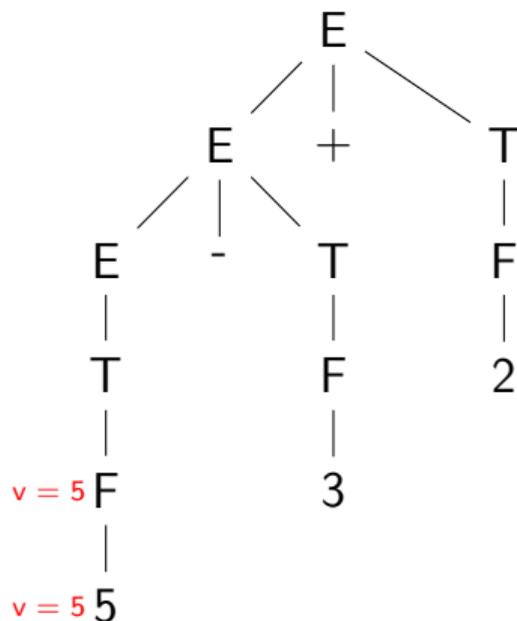
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

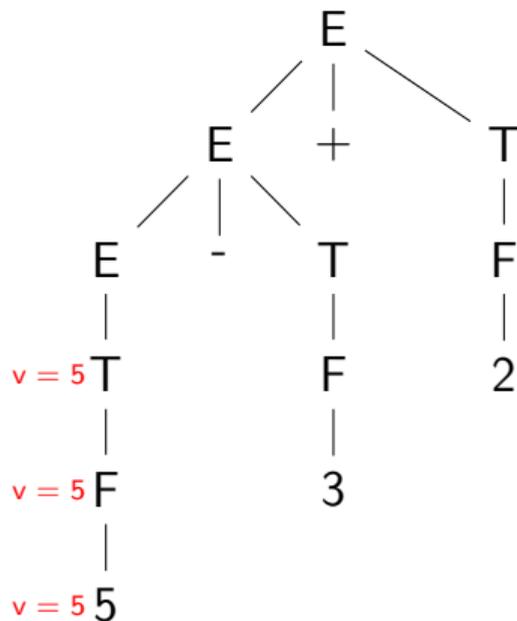
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

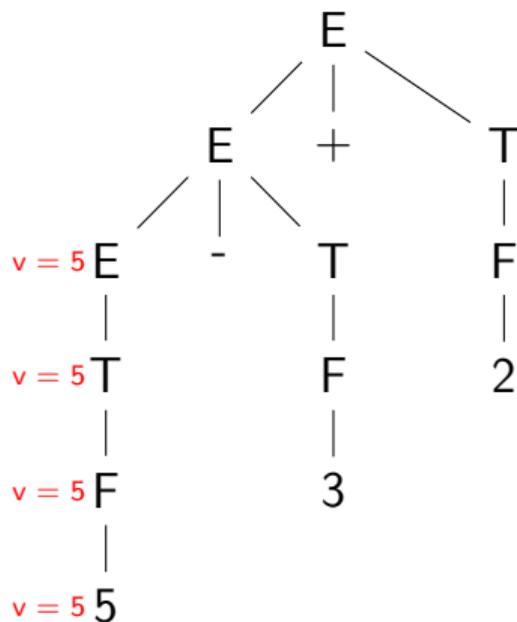
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

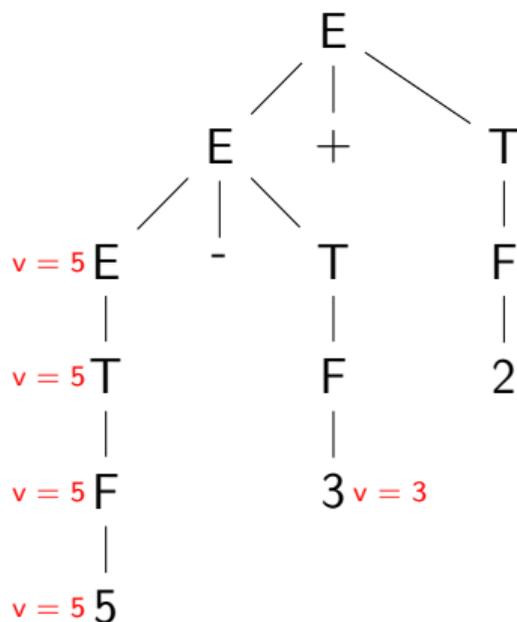
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

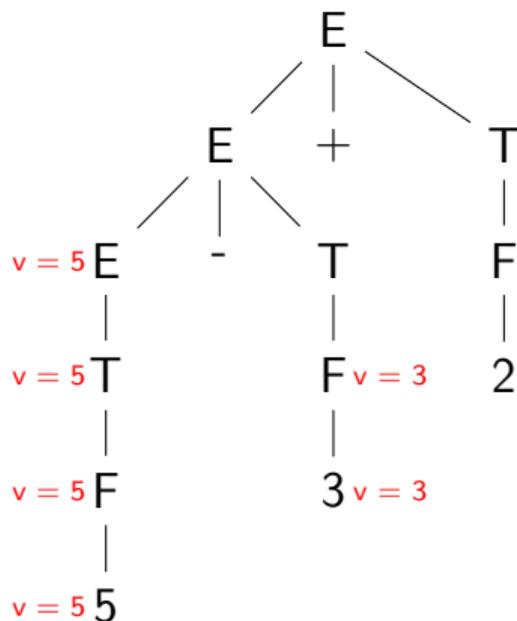
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

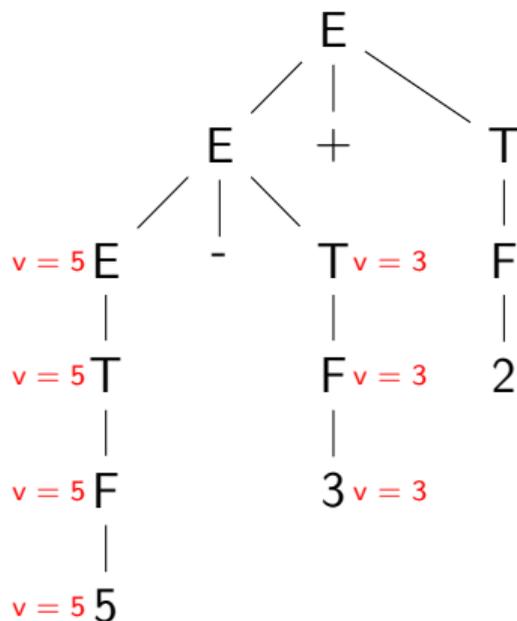
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

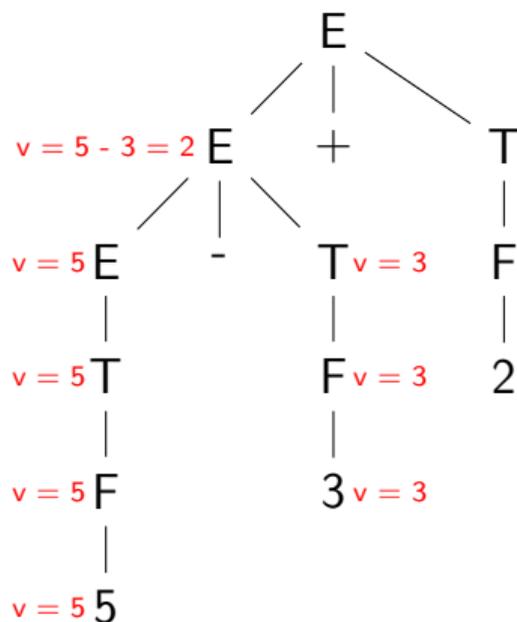
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

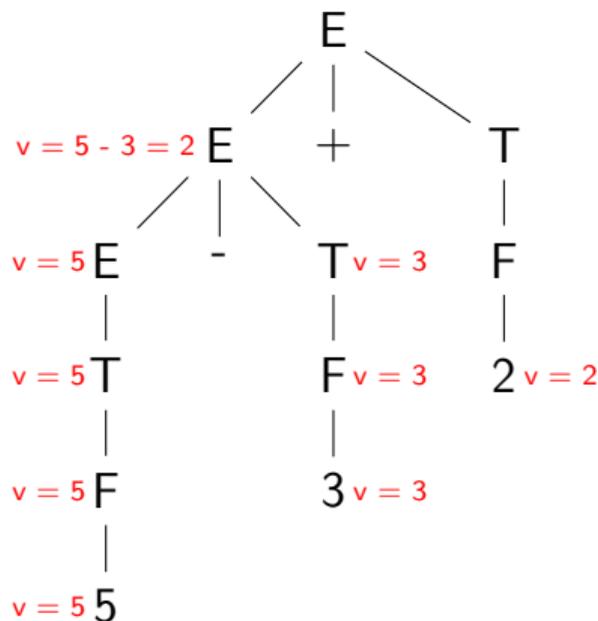
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

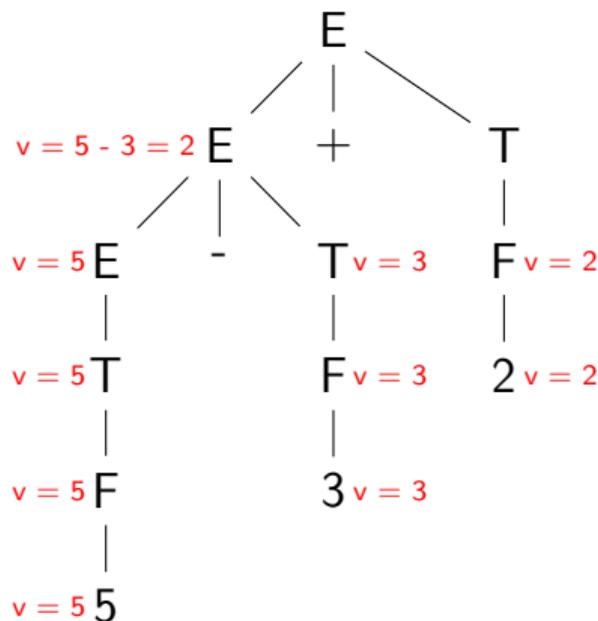
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

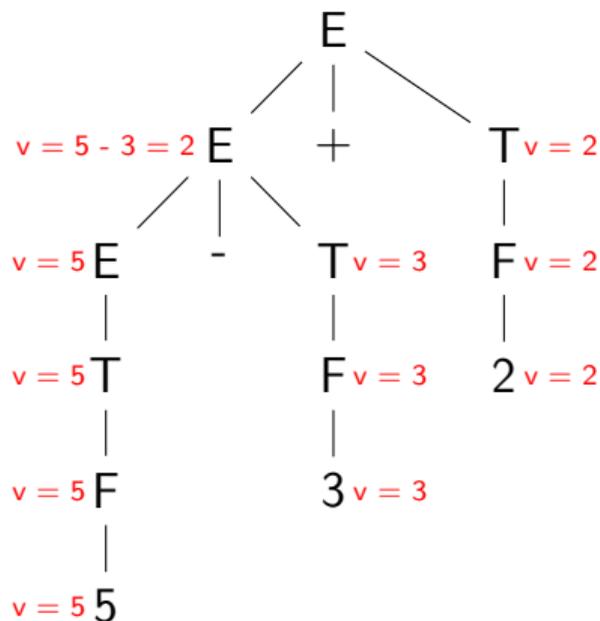
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$$(5 - 3) + 2 = 4$$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Test 2 : associativité à gauche

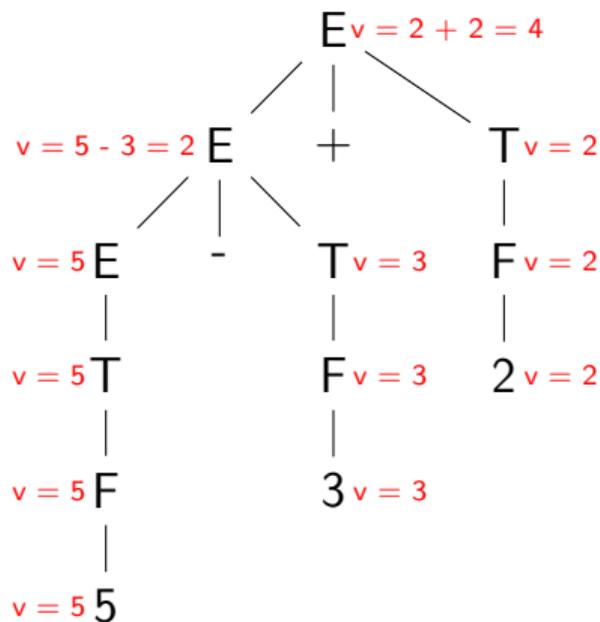
Mot : $5 - 3 + 2$

Expression à calculer :

$(5 - 3) + 2 = 4$

Principes

- Parcours en profondeur gauche-droite
- application de la règle du nœud lors de la dernière visite



Section 3

Grammaire attribuée : attributs hérités

Attributs hérités

Un attribut est **hérité** s'il dépend de son père.

Problème : éviter les attributions circulaires !

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \quad A.s = B.h \quad A.s \\ \quad \quad \quad B.h = A.s + 1 \quad \uparrow \downarrow \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad B.h \end{array}$$

- On se restreint généralement aux attributions
 - ▶ synthétisées,
 - ▶ héritées d'un frère *gauche*,
 - ▶ héritées du père, mais sans cycle.

Les grammaires sont alors appelées grammaires *L-attribuées*.

- On peut alors calculer les attributs selon un parcours en profondeur gauche de l'arbre.

Exemple L-attribué : typographie

- Langage de composition de formules mathématique.
- Exemple de formule : $a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + a_3x^3$
- On se limitera ici au traitement des indices et des indices d'indices.
- Chaque lettre est écrite dans une boîte et les boîtes sont combinées pour produire de nouvelles boîtes



Grammaire des boîtes

- Une boîte peut être constituée de :
 - ▶ deux boîtes juxtaposées
 - ▶ une boîte et une boîte en indice ; la seconde apparaît dans une taille inférieure, au-dessous et à droite de la première
 - ▶ une boîte entre accolades pour regrouper des boîtes et des indices
 - ▶ un caractère
- Chaque mode de combinaison de boîtes est représenté par une règle de grammaire : $B \rightarrow BB \mid B \mathbf{sub} B \mid \{B\} \mid \text{car}$
- On considère que l'indiciage et la juxtaposition sont associatifs à droite et que l'indiciage est prioritaire sur la juxtaposition.

Exemples :

- $x \text{ sub } i$ correspond à x_i
- $x \text{ sub } i + y \text{ sub } i$ correspond à $x_i + y_i$
- $x \text{ sub } \{i + j\}$ correspond à x_{i+j}

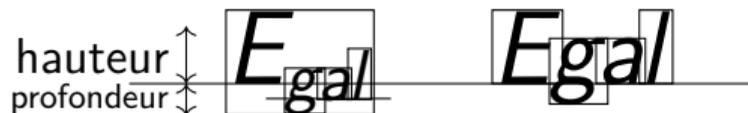
Composition

Pour composer la formule, il faut calculer la taille, la hauteur et la profondeur des caractères



- la taille d'un caractère est la distance entre son point le plus haut et son point le plus bas
- chaque boîte a une ligne de pied qui est une ligne imaginaire sur lesquels sont posés les caractères
- hauteur d'une boîte : distance qui sépare le sommet de la boîte à sa ligne de pied
- profondeur d'une boîte : distance qui sépare le bas de la boîte à la ligne de pied

Quelques règles de composition



- règles de juxtaposition sous-boîtes
 - ▶ deux sous-boîtes d'une boîte héritent d'elle la même taille.
 - ▶ la hauteur de la boîte est le maximum des hauteurs des sous-boîtes.
 - ▶ la profondeur de la boîte est le maximum des profondeurs des sous-boîtes.
- règles de la mise en indice
 - ▶ la taille d'une boîte en indice est 70% celle de sa mère
 - ▶ la ligne d'une boîte en indice est descendue de 25% de la taille de sa mère



On définit trois attributs pour le symbole B :

- la taille ($B.t$), hérité,
- la hauteur ($B.h$), synthétisé,
- la profondeur ($B.p$), synthétisé.

Exemple : typographie calcul des attributs

Productions	Règles sémantiques
$S \rightarrow B$	$B.t = 10$
$B \rightarrow BB$	$B_1.t = B_2.t = B.t$ $B.h = \max(B_1.h, B_2.h)$ $B.p = \max(B_1.p, B_2.p)$
$B \rightarrow B \text{ sub } B$	$B_1.t = B.t$ $B_2.t = \frac{7}{10}B.t$ $B.h = \max(B_1.h, B_2.h - \frac{1}{4}B.t)$ (la ligne est abaissée) $B.p = \max(B_1.p, B_2.p + \frac{1}{4}B.t)$
$B \rightarrow \text{car}$	$B.h = \text{hauteur}(B.t, \text{car})$ $B.p = \text{profondeur}(B.t, \text{car})$
$B \rightarrow \{B\}$	$B_1.t = B.t, B.h = B_1.t, B.p = B_1.p$

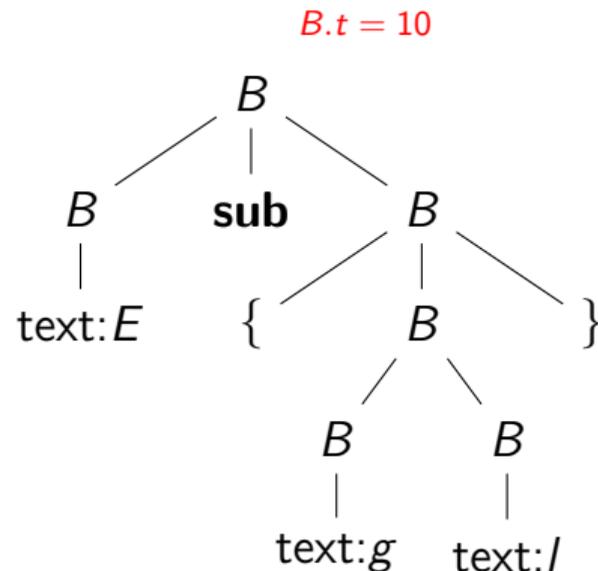
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



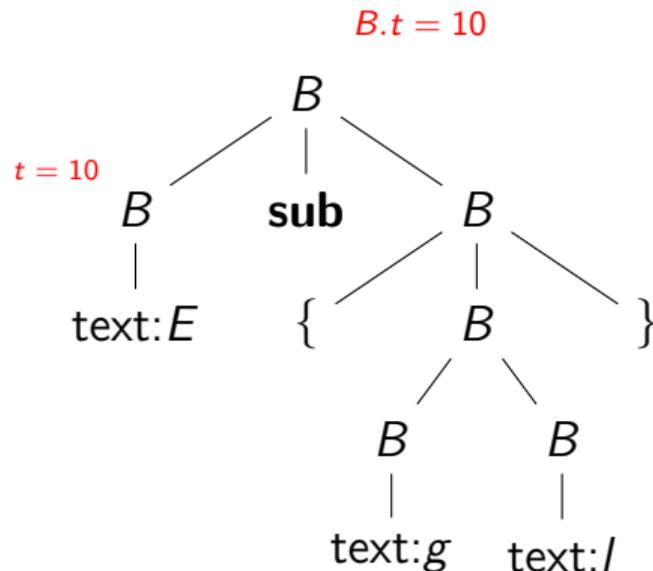
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



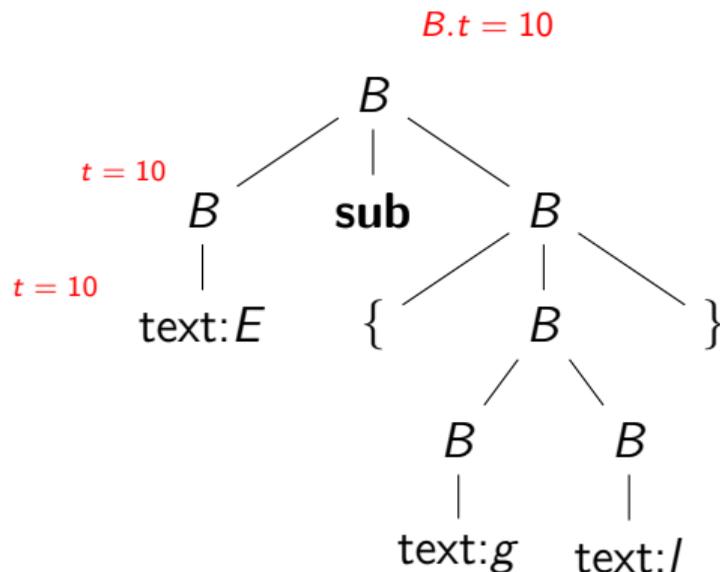
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



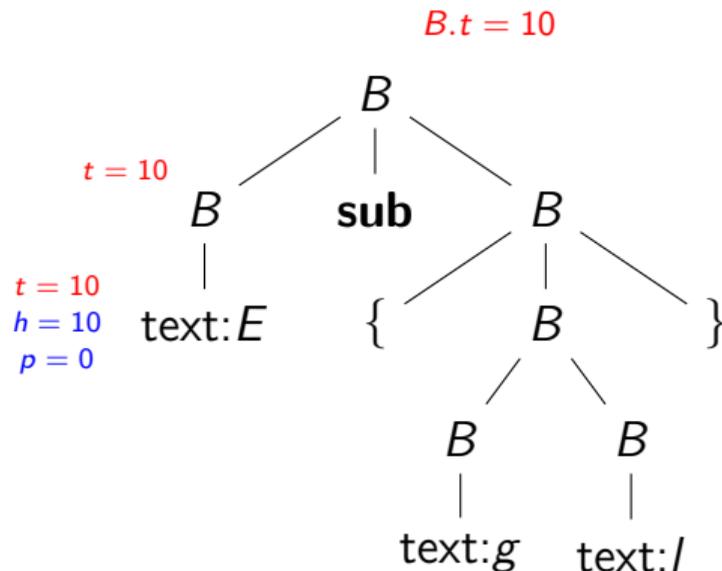
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



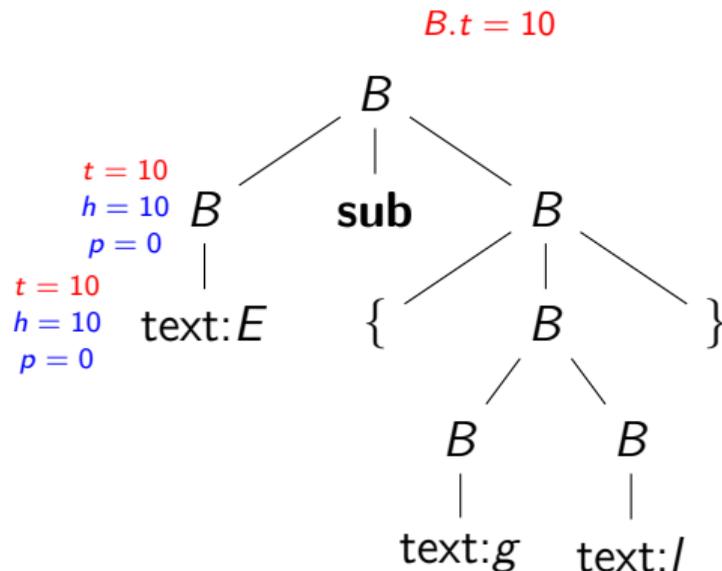
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



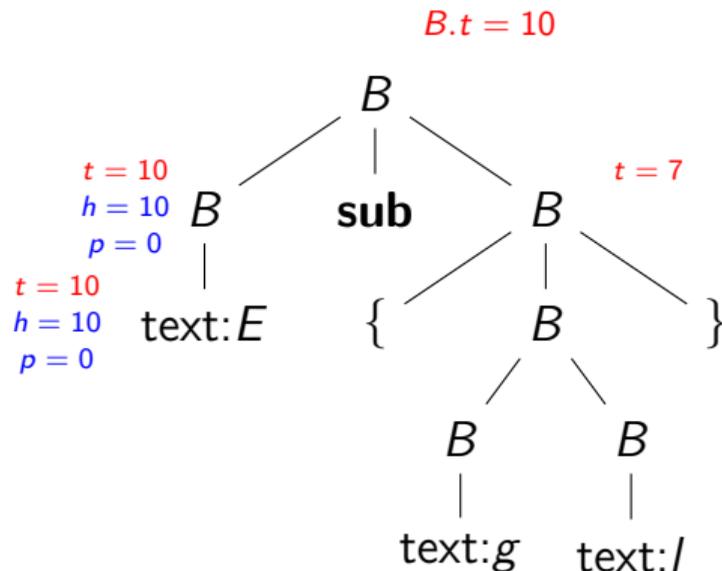
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



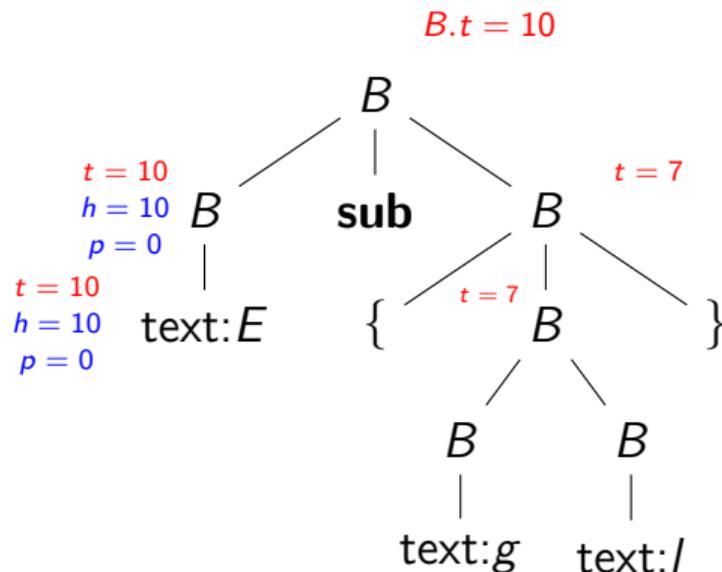
Exemple : typographie



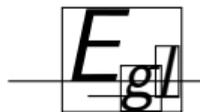
Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



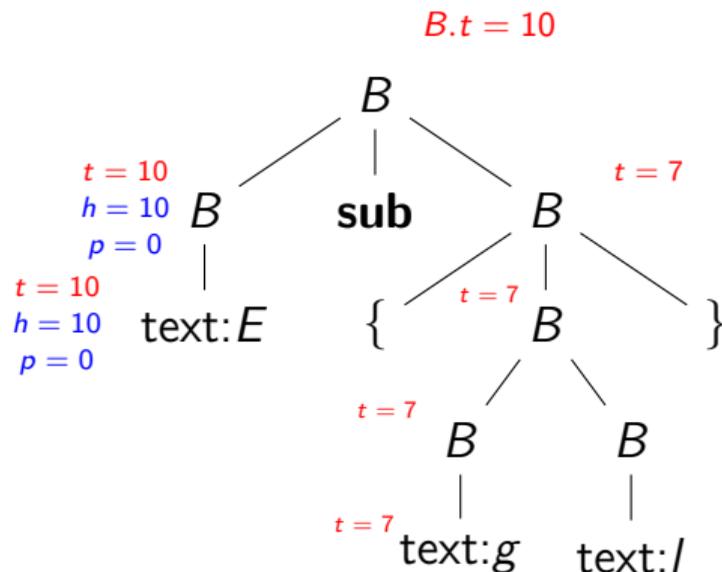
Exemple : typographie



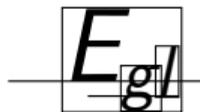
Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



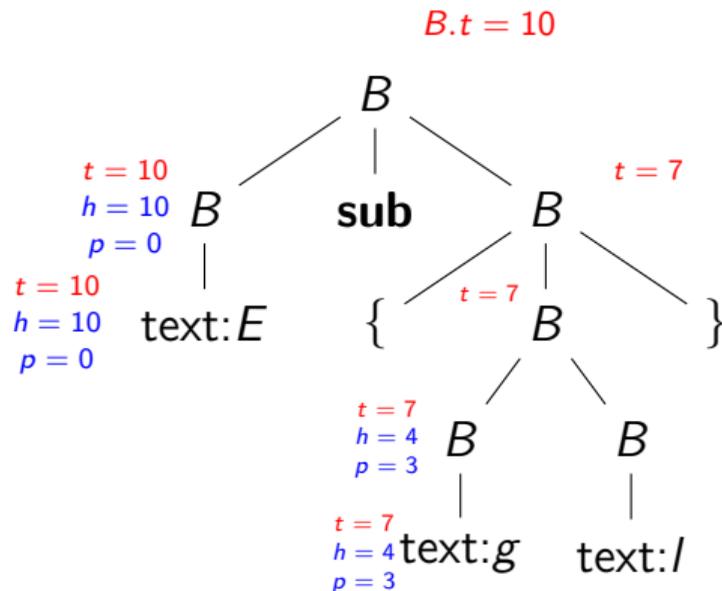
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



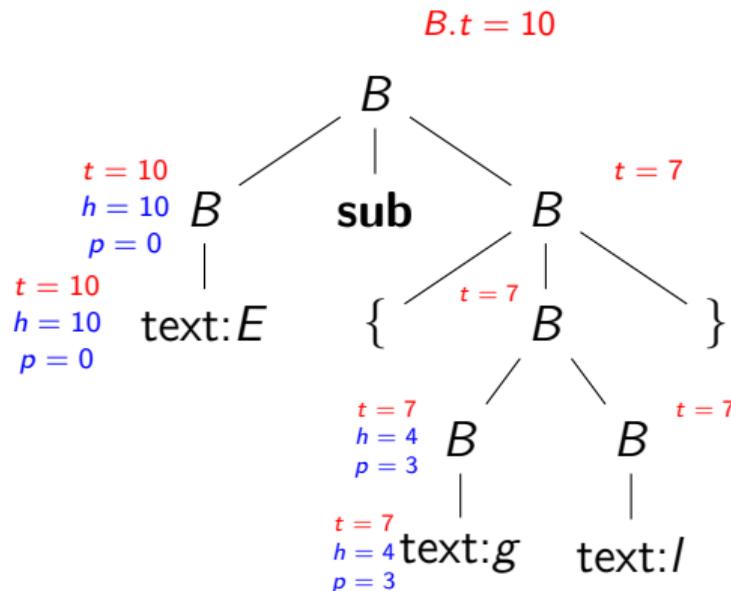
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



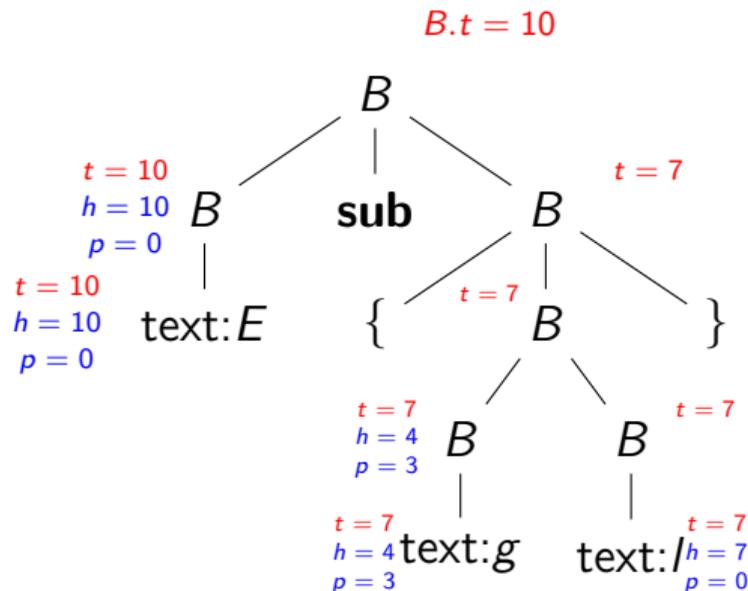
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



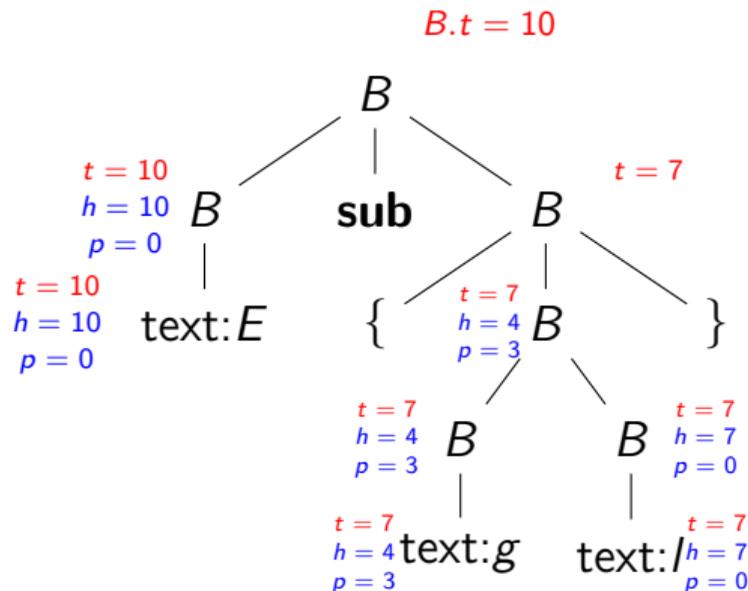
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



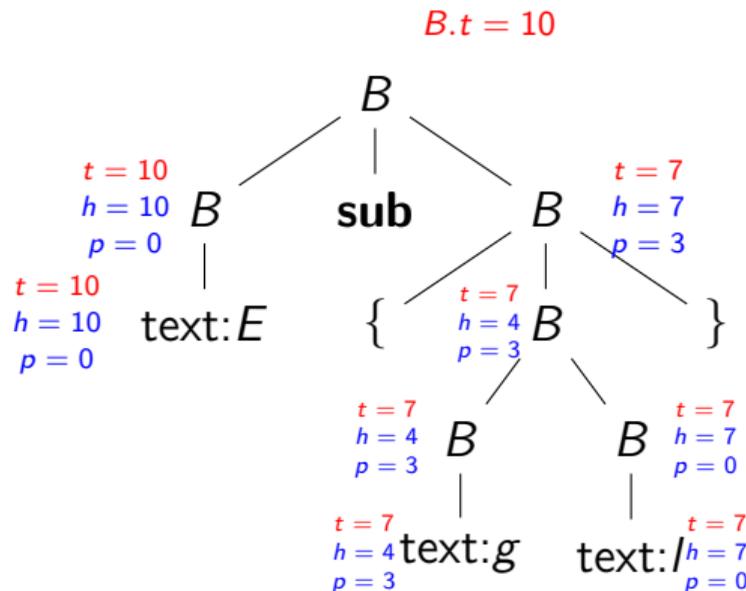
Exemple : typographie



Mot : E **sub** {gl}

Parcours de l'arbre en profondeur, de gauche à droite :

- calcul des attributs hérités lors de la **première** visite du nœud
- calcul des attributs synthétisés lors de la **dernière** visite du nœud



Section 4

Construction arbre abstrait

Construction de l'arbre abstrait pour les expressions

Objectif : construire l'arbre abstrait pendant la dérivation

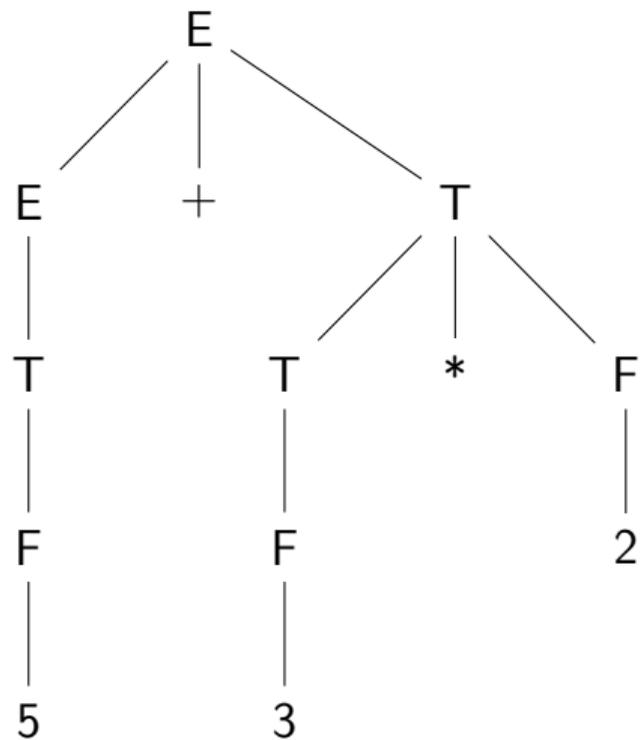
Attribut : n nœud de l'arbre abstrait

Constructeur : $Op(g, d)$

- $op \rightarrow$ opérateur
- $g \rightarrow$ fils gauche
- $d \rightarrow$ fils droit

règle	action sémantique
$E \rightarrow E + T$	$E.n = Plus(E_1.n, T.n)$
$E \rightarrow E - T$	$E.n = Moins(E_1.n, T.n)$
$E \rightarrow T$	$E.n = T.n$
$T \rightarrow T * F$	$E.n = Fois(T_1.n, F.n)$
$T \rightarrow T / F$	$E.n = Div(T_1.n, F.n)$
$T \rightarrow F$	$T.n = F.n$
$F \rightarrow (E)$	$F.n = E.n$
$F \rightarrow n$	$F.n = n$

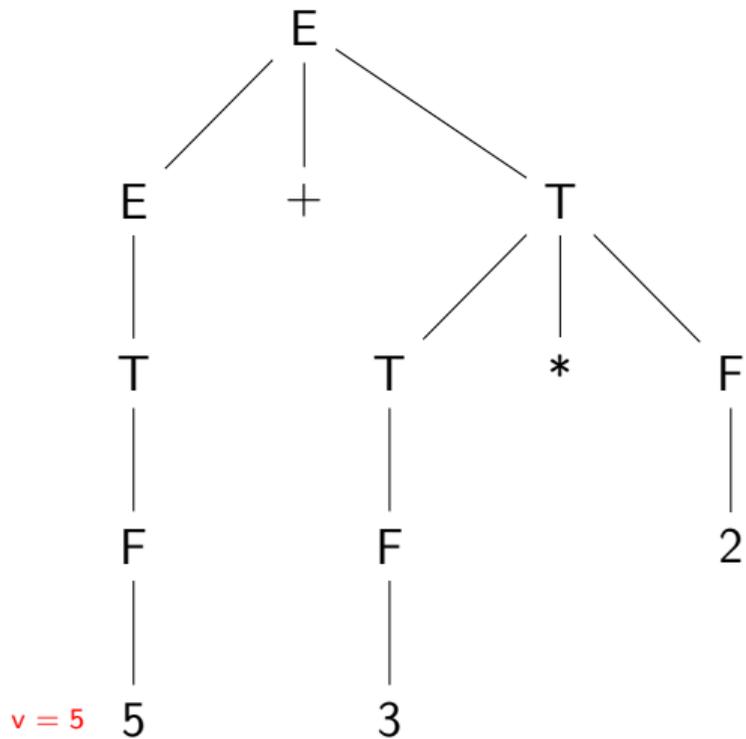
Génération arbre abstrait



Mot

5 + 3 * 2

Génération arbre abstrait

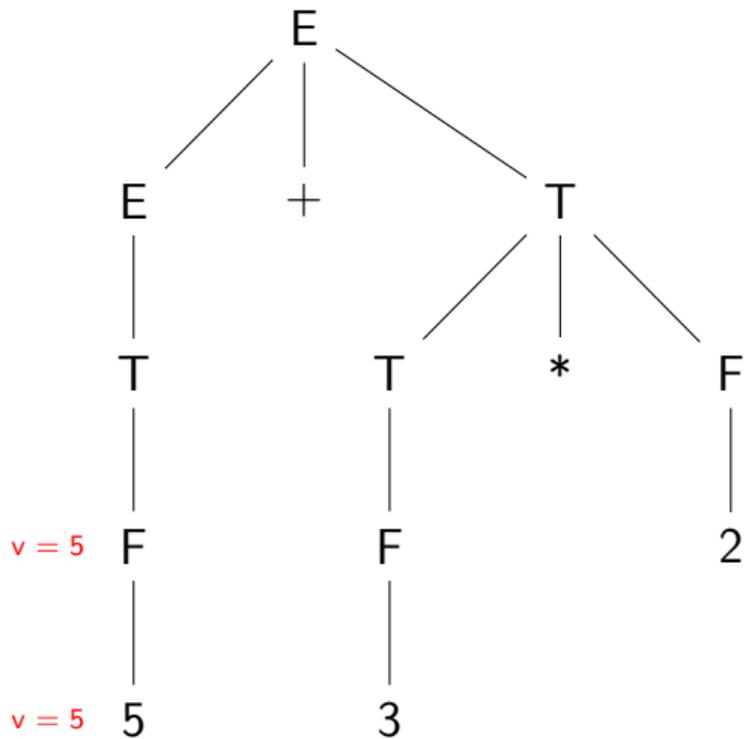


Mot

5 + 3 * 2

5

Génération arbre abstrait

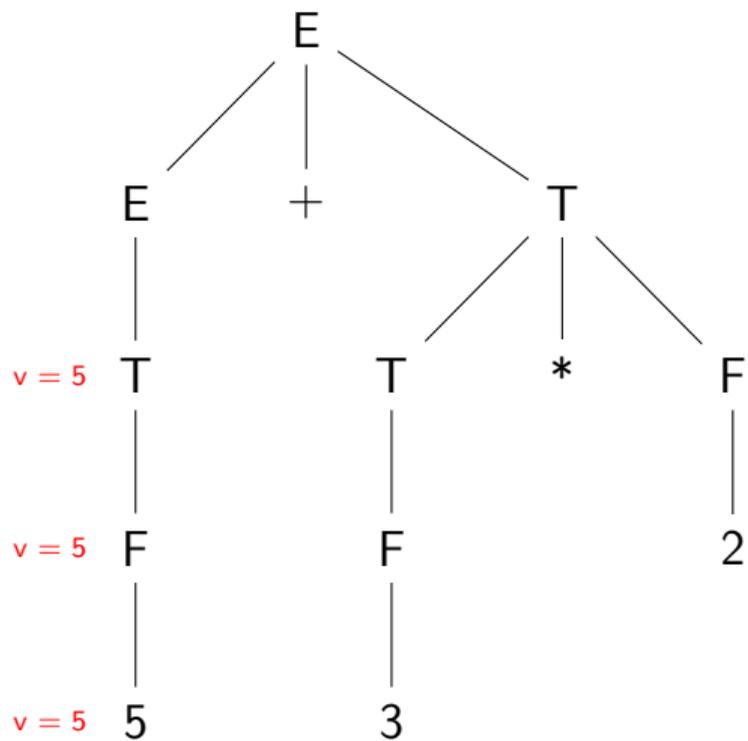


Mot

$5 + 3 * 2$

5

Génération arbre abstrait

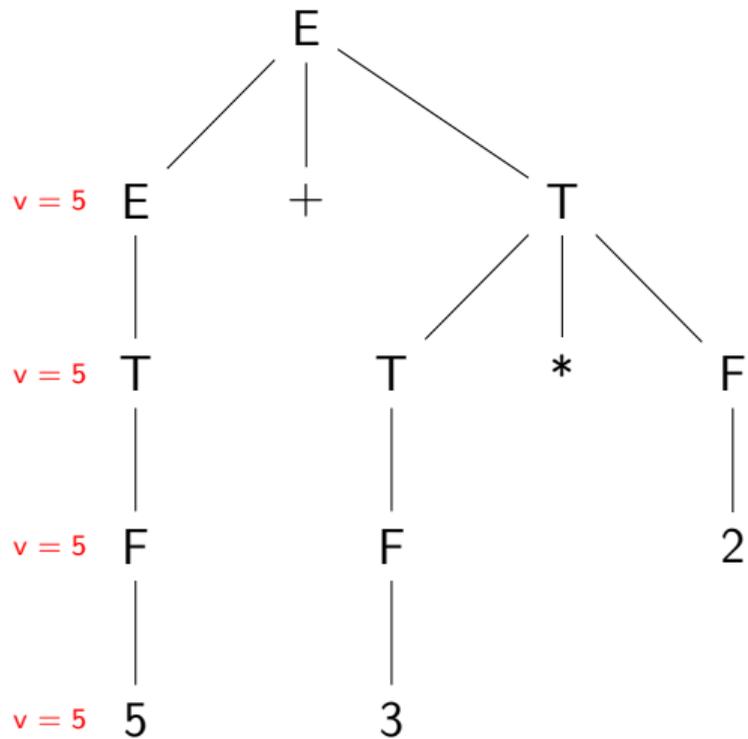


Mot

$5 + 3 * 2$

5

Génération arbre abstrait

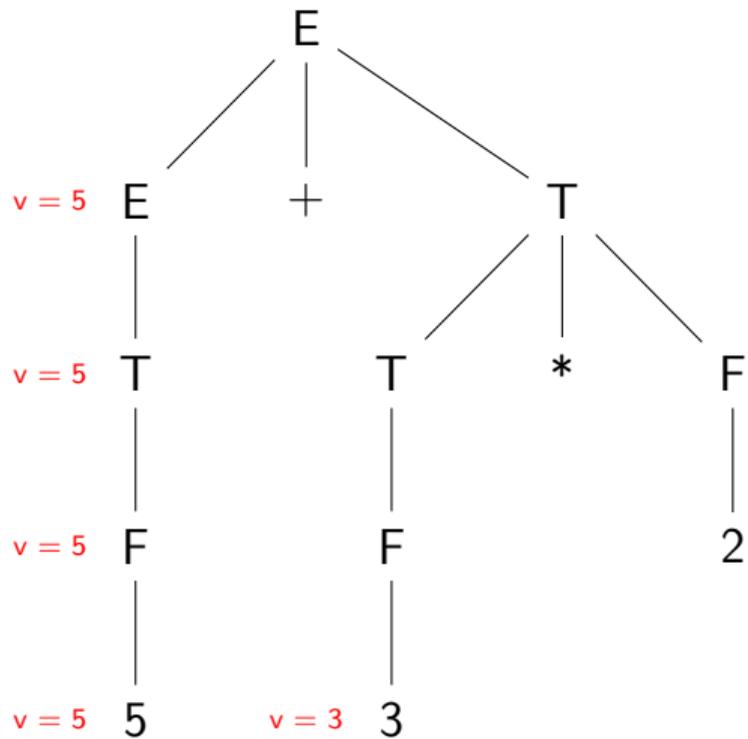


Mot

$5 + 3 * 2$

5

Génération arbre abstrait



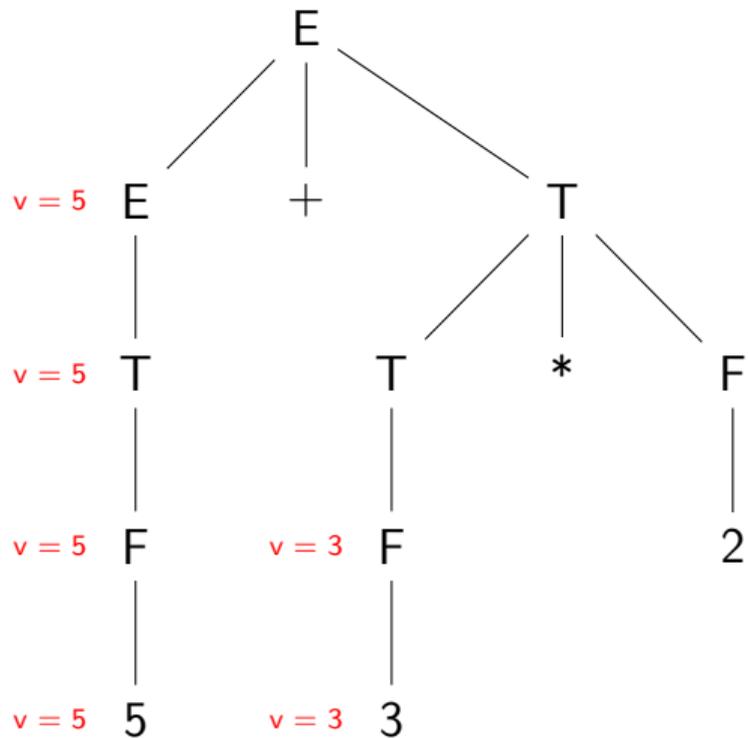
Mot

5 + 3 * 2

5

3

Génération arbre abstrait



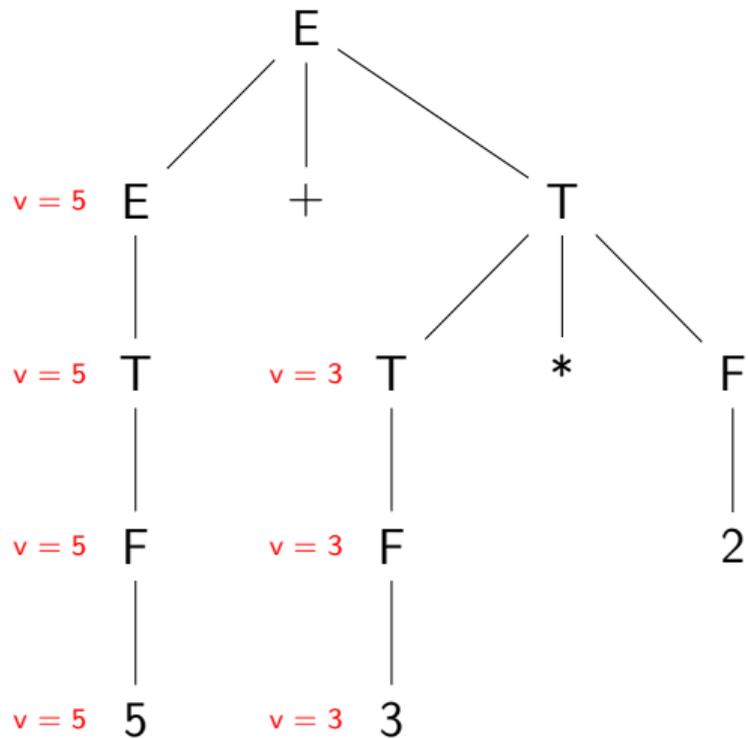
Mot

5 + 3 * 2

5

3

Génération arbre abstrait



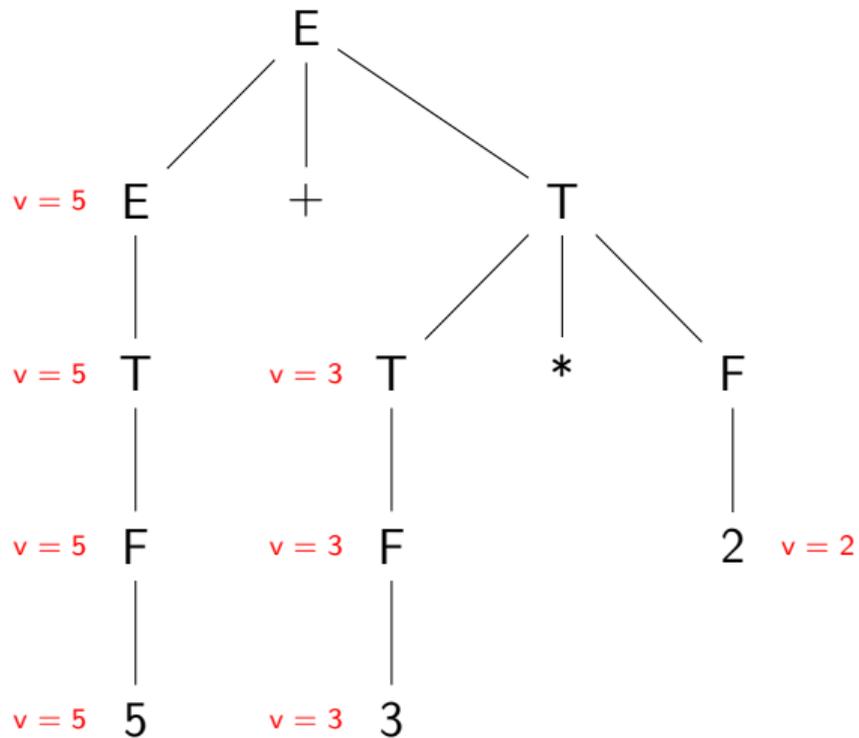
Mot

5 + 3 * 2

5

3

Génération arbre abstrait



Mot

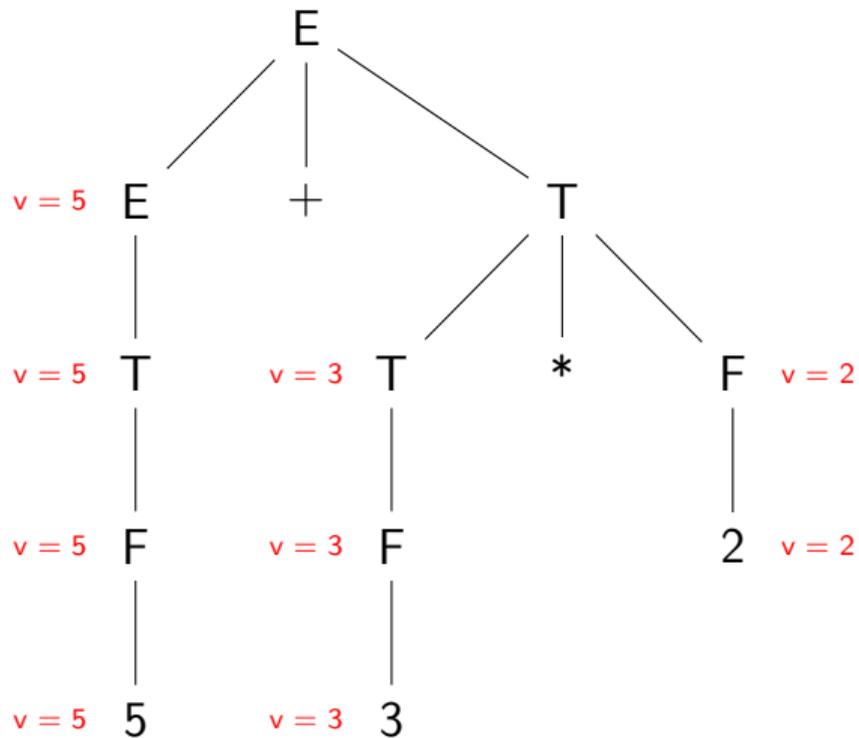
5 + 3 * 2

5

3

2

Génération arbre abstrait



Mot

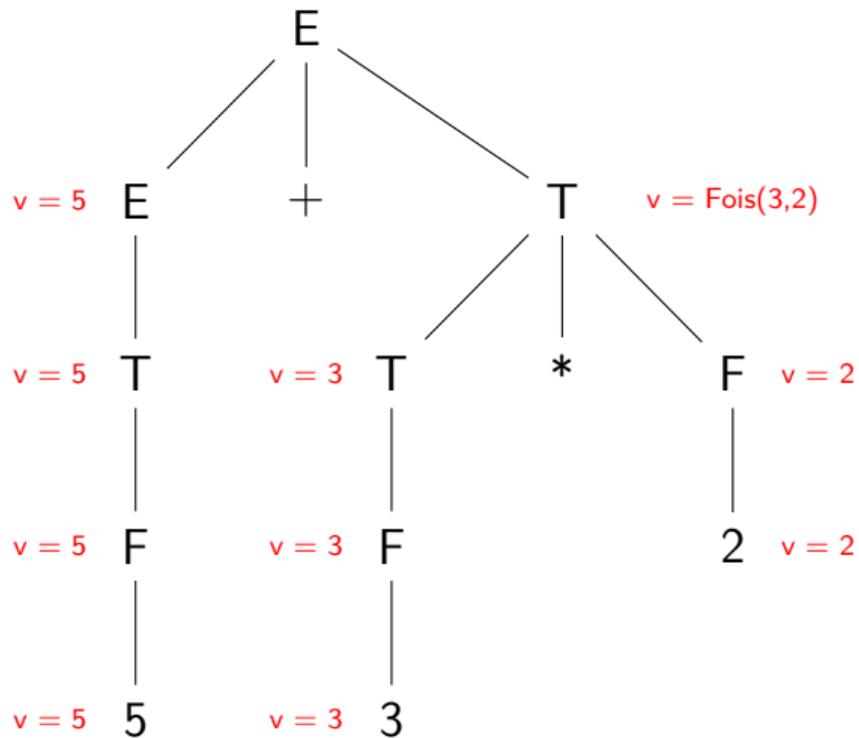
5 + 3 * 2

5

3

2

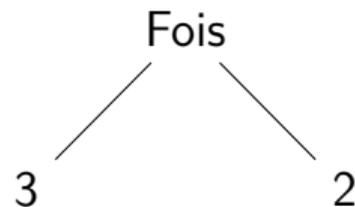
Génération arbre abstrait



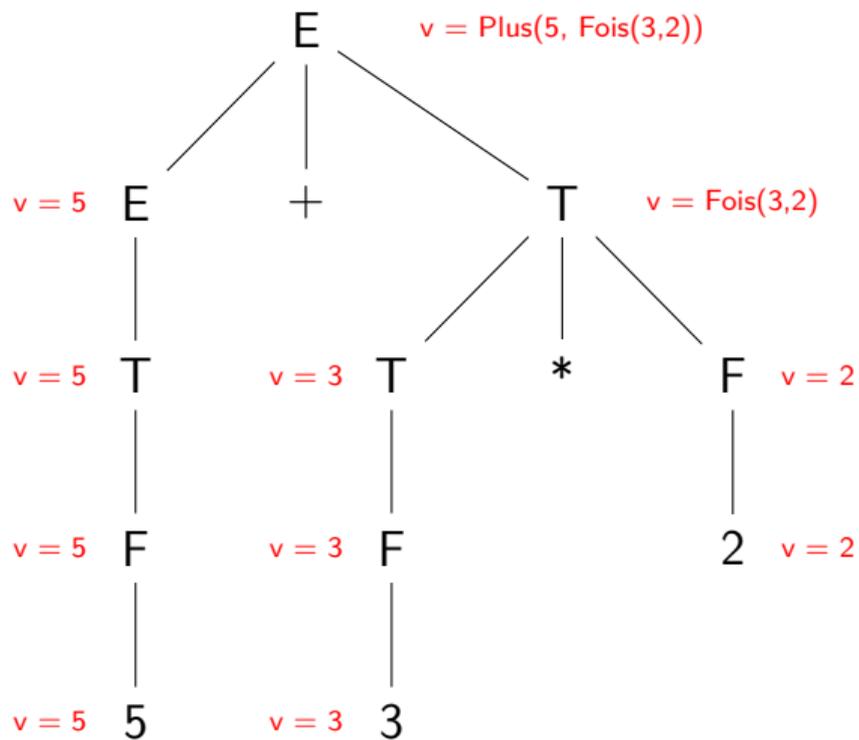
Mot

5 + 3 * 2

5



Génération arbre abstrait



Mot

$5 + 3 * 2$

