

# Examen

## Documents interdits

*Durée: 2h*

13 janvier 2015

*Note importante : répondre aux questions suivantes de manière la plus lisible possible. Les parties illisibles ne seront pas lues !*

## 1 Vrai ou Faux

Pour chacune de ces affirmations dites si elle est vraie en ou fausse en justifiant brièvement et de façon convaincante votre réponse (seules les réponses accompagnées d'une justification seront prises en compte)

- Q.1.1.** Tout langage hors-contexte peut être reconnu par un automate à pile
- Q.1.2.** Tous les langages infinis sont hors-contexte
- Q.1.3.** Le langage  $a^i b^j$  avec  $i \neq j$  est un langage régulier
- Q.1.4.** Une grammaire régulière à gauche est une grammaire hors-contexte

## 2 Automates déterministes

Pour chacun de ces langages, dessiner un automate *déterministe* comportant *au plus 4 états* qui le reconnaît :

- Q.2.1.**  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ contient au moins trois } 1\}$ .
- Q.2.2.**  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ contient au moins une occurrence du facteur } 00 \text{ ou du facteur } 11\}$ .
- Q.2.3.**  $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ ne contient pas le facteur } 110\}$ .

## 3 Minimisation

Minimiser les automates suivants :

**Q.2.1.**

→		a	b	c	d
	0	1	9	5	9
	1	2	7	9	3
	2	2	7	9	3
←	3	9	9	9	4
←	4	9	7	6	3
	5	9	7	6	3
	6	9	7	6	3
←	7	9	8	9	9
←	8	9	8	9	9
	9	9	9	9	9

**Q.2.2.**

↔		a	b	c	d	ε
	0	0		0		1
	1		1		1	2
	2	2	2			{0, 3}
	3				3	0

## 4 Grammaires hors-contextes

Ecrire une grammaire hors-contexte reconnaissant chacun des langages suivants :

- Q.4.1.**  $a^n b^m$  avec  $m > n > 0$   
**Q.4.2.**  $\{m \in \{a, b\}^* \mid |m|_a = |m|_b\}$ .  
**Q.4.3.**  $a^n b^m c^{n+m}$  avec  $n, m > 0$

## 5 Automates à pile

Construire un automate à pile reconnaissant chacun ds langages suivants :

- Q.5.1.**  $\{m \in \{a, b\}^* \mid |m|_a = |m|_b\}$ .  
**Q.5.2.**  $\{m \in \{a, b\}^* \mid |m|_a = |m|_b + 2\}$ .  
**Q.5.3.**  $a^n b^m c^{n+m}$  avec  $n, m > 0$

## 6 Grammaires ambiguës

Soit la grammaire suivante :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S'S' \\ S' &\rightarrow aS'a \mid bS'b \mid \varepsilon \end{aligned}$$

- Q.6.1.** Montrer que cette grammaire est ambiguë.  
**Q.6.2.** Quel est le langage engendré par cette grammaire ?  
**Q.6.3.** Expliquer pourquoi ce langage ne peut pas être généré par une grammaire non ambiguë.