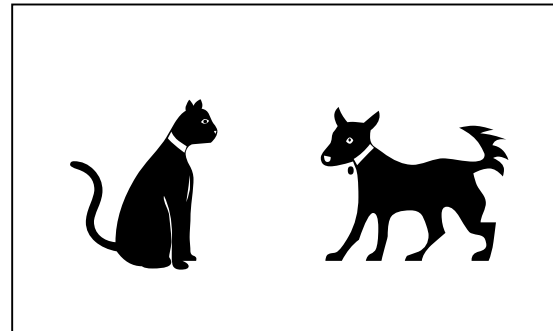


Reconnaissance de formes dans une Image Binaire

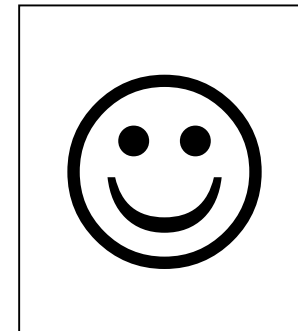
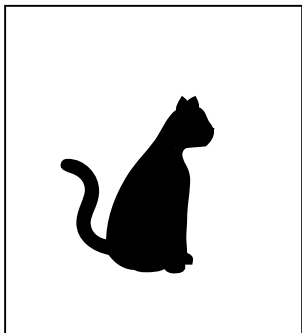
- o Etiquetage
- o Morphologie mathématique
- o Caractérisation de formes



1. Généralités

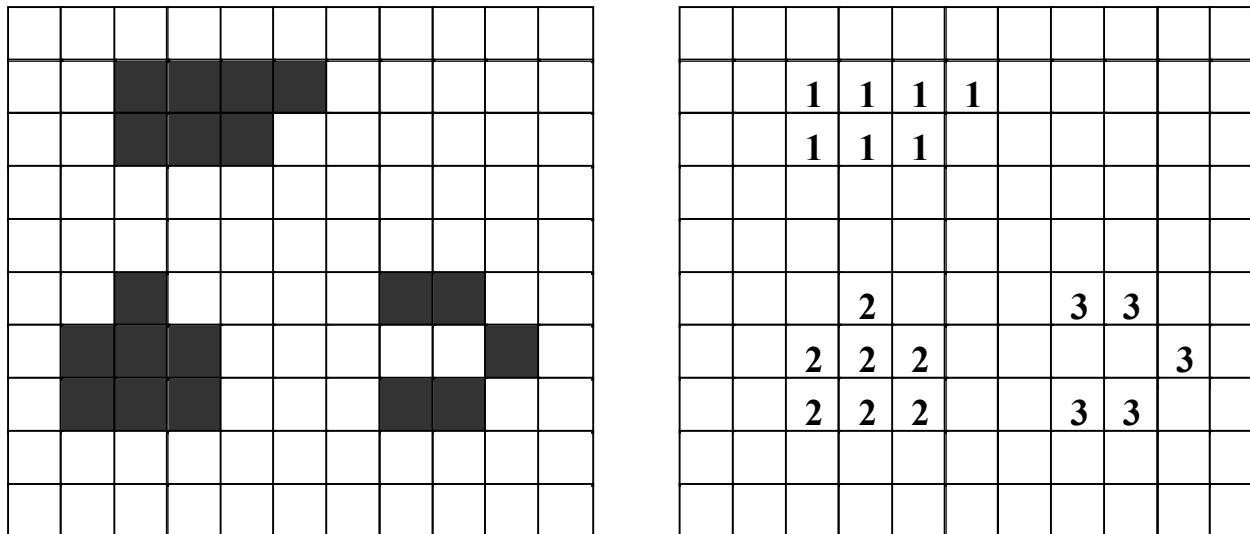
Image binaire : l'information est codée sur deux valeurs (*0 ou 1*)

- rarement le résultat direct d'un capteur
- parfois facilement obtenue par seuillage :
 - fax (écriture, ...)
 - pièce mécanique sur un tapi roulant contrasté
 - monsieur météo (personnage sur fond vert)
- mais aussi obtenue après **segmentation** :
 - partition d'image (en régions)
 - détection de contours



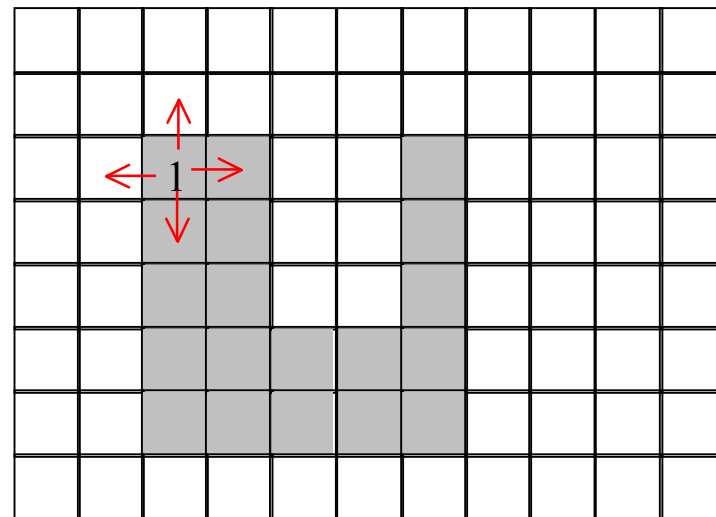
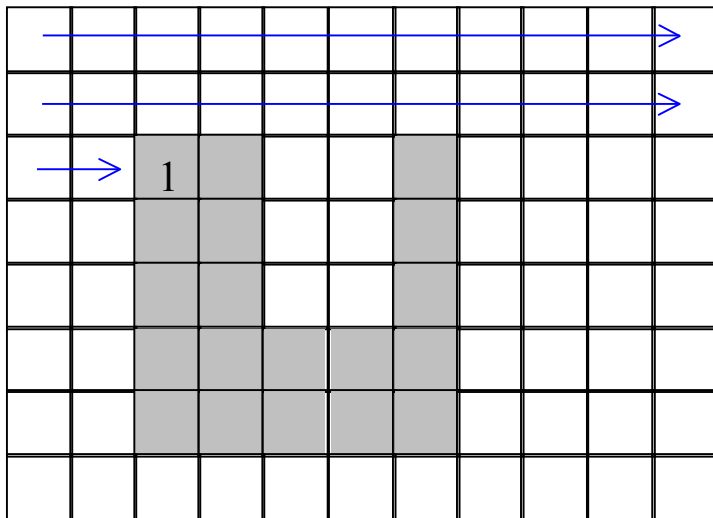
2. Etiquetage des composantes connexes

- Première étape dans un processus de reconnaissance
- Définir une **carte** des régions.
- Opération assimilée à un remplissage ou un coloriage :
 - déplacement par 4-connexité
 - mais parfois par 8-connexité pour des formes "curvilignes" (écriture, ...)



2.1 Etiquetage récursif

- définir une carte des régions (même dimension que I)
- l'initialiser à 0
- pour tous les pixels $I(i, j)$
 - si $\text{carte}(i, j)=0$ et $I(i, j)=1$
 - définir une nouvelle étiquette e
 - colorier récursivement cette région dans la carte avec e

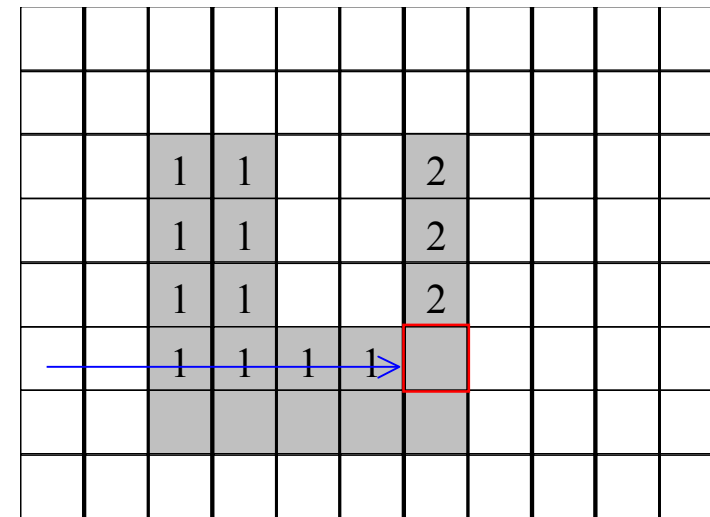
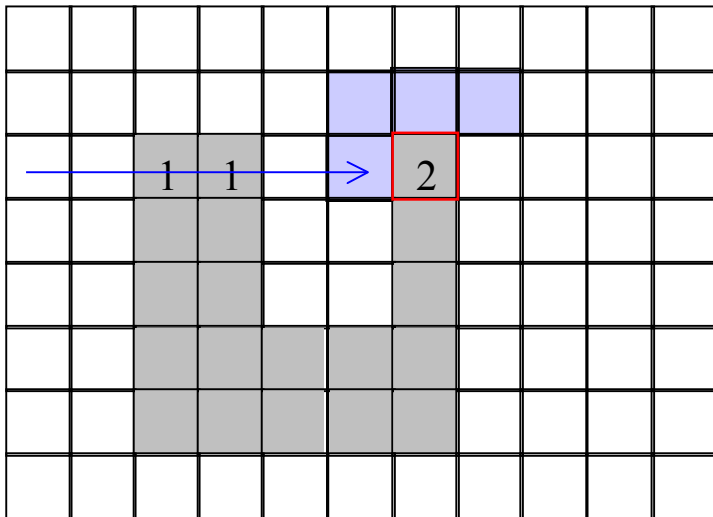
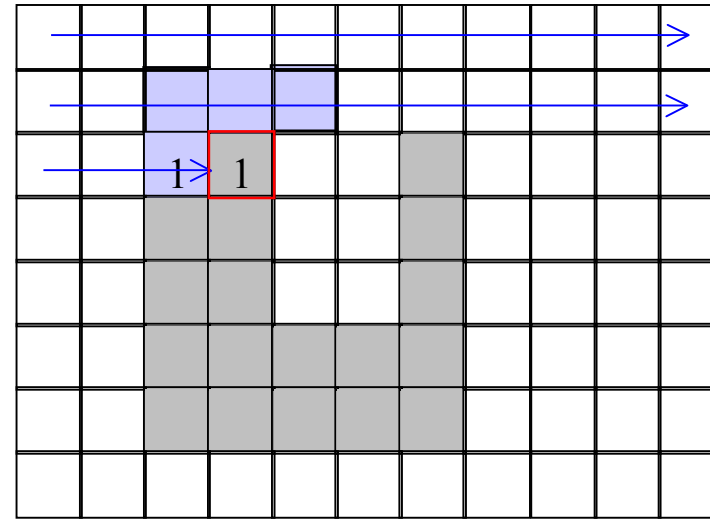
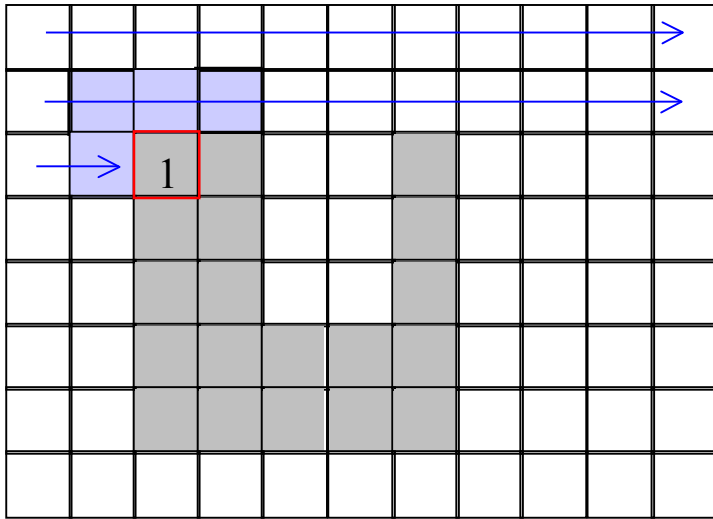


action coloriageRécursif(i, j, e)

- si i ou j hors image, fin action
- si $I(i, j) = 0$, fin action
- si $\text{carte}(i, j) \neq 0$, fin action
- $\text{carte}(i, j) = e$
- $\text{coloriageRécursif}(i+1, j, e)$
- $\text{coloriageRécursif}(i-1, j, e)$
- $\text{coloriageRécursif}(i, j+1, e)$
- $\text{coloriageRécursif}(i, j-1, e)$

fin action

2.2 Etiquetage non récursif



action étiqueter

- définir une carte des régions initialisée à 0
- dans un balayage gauche droite et de haut en bas de l'image, pour tous $I(i, j)=1$, on observe les voisins gauche et supérieur
 - si aucun voisin déjà étiqueté
 - $\text{carte}(i, j) \leftarrow$ nouvelle étiquette e
 - si un des deux voisins a une étiquette e
 - $\text{carte}(i, j) \leftarrow e$
 - si les voisins ont deux étiquettes différentes $e1$ et $e2$
 - soit $e1$ la plus petite étiquette
 - $\text{carte}(i, j) \leftarrow e1$
 - dire que $e2$ est équivalent à $e1$
- re-étiqueter chaque pixel avec le représentant de sa classe

fin action

- pendant l'étiquetage : éliminer la transitivité dans la table d'équivalence

1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
...	

Initialisation de la
table d'équivalence



1	1
2	1
3	
4	
5	2
6	
...	

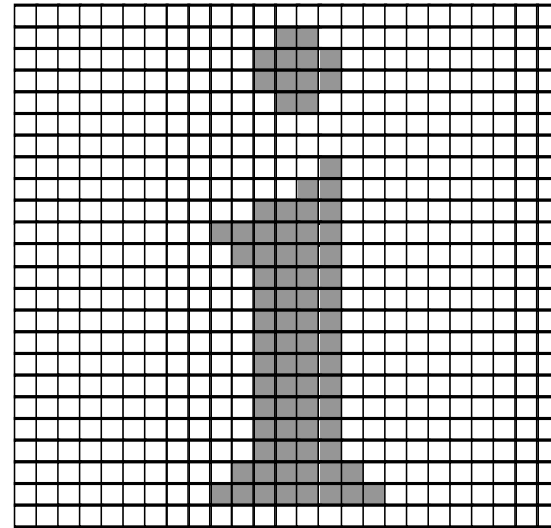
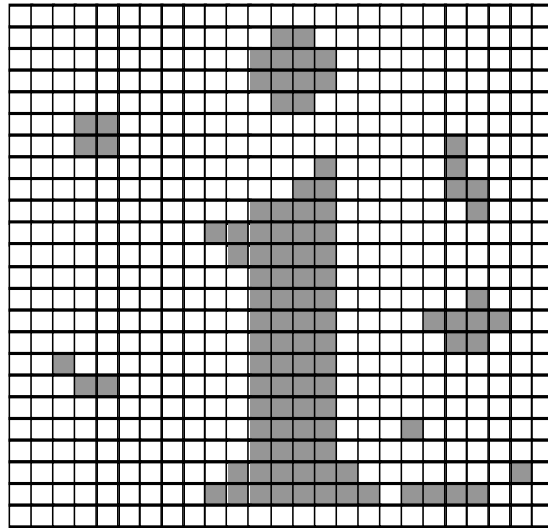
jonction des
régions 1 et 2



1	1
2	1
3	
4	
5	1
6	
...	

élimination de la transitivité :
remplacer les occurrences
de 2 par 1

3. Elimination des petites régions



4. Filtrage morphologique

But principal : « régulariser » le contour de formes.

- on définit initialement une fenêtre d'observation e (**élément structurant**)
- pour analyser **localement** une forme X
- et prendre une décision (**transformation en tout ou rien**).

Soit $X_{t(e)}$ le transformé de X par e

Ces transformations s'appuient sur des opérations ensemblistes :

- union $X \cup Y$
- intersection $X \cap Y$
- complémentaire $X - Y$
- différence symétrique $X / Y = X \cup Y - X \cap Y$

Elles respectent un certain nombre de propriétés :

- invariance par translation $T(X_{t(e)}) = (T(X))_{t(e)}$
- compatibilité avec l'homothétie $H(X_{t(e)}) = H(X)_{t(H(e))}$
- continuité monotone *si X tend vers $X0$, alors $X_{t(e)}$ tend vers $X0_{t(e)}$*

4.1 Élément structurant

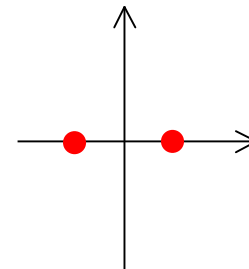
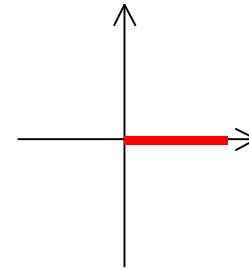
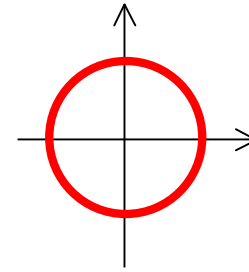
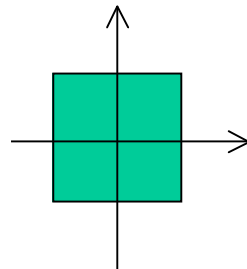
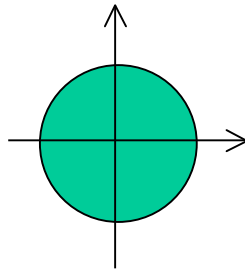
C'est la fenêtre d'observation.

L'élément structurant est défini par :

- une origine
- une forme.

En général :

- isotrope
- connexe
- convexe



- mais pas toujours

4.2 Erosion/dilatation

La morphologie mathématique est connue pour ses relations ensemblistes :

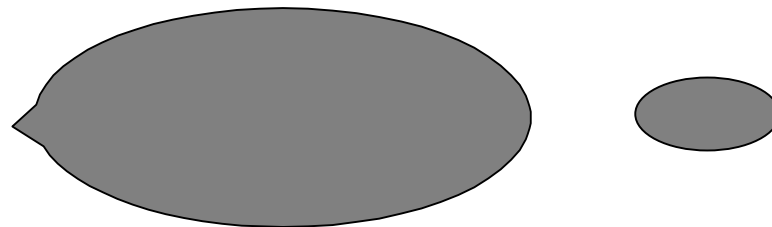
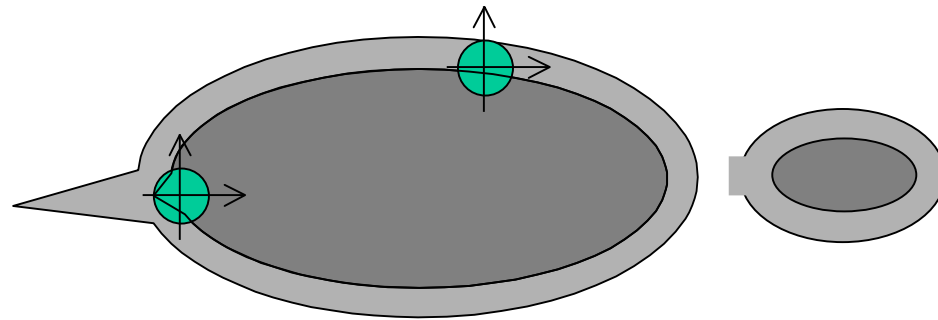
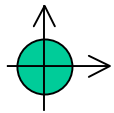
- *e est inclus dans X*
- *e intersecte avec X*

Erosion : *e est inclus dans X ?*

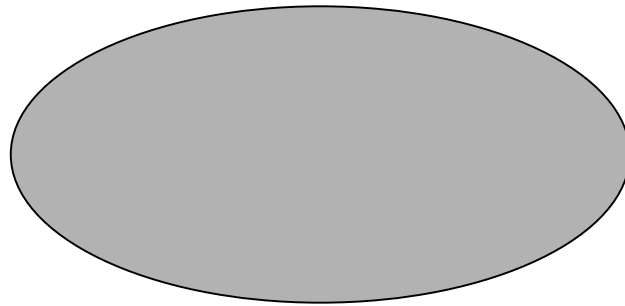
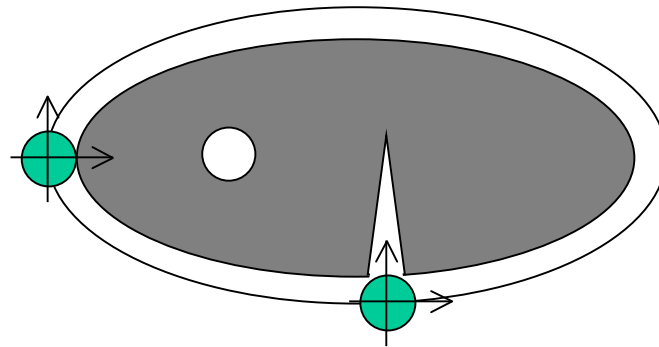
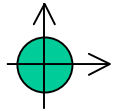
- question posée pour chaque pixel
- réponse en vrai ou faux
- qui définit la nouvelle valeur (1 ou 0) du pixel dans l'image résultat

Dilatation : *e intersecte avec X ?*

Erosion



Dilatation



Propriétés de ces transformations

l'érosion :

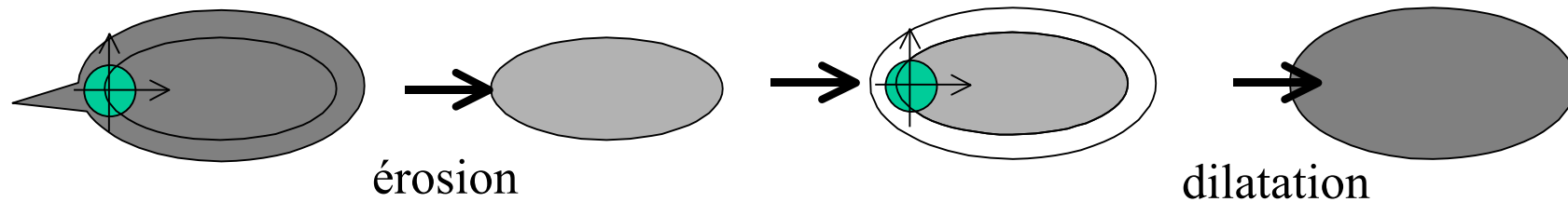
- élargie les chenaux et les trous,
- supprime les caps étroits et les petits îlots,
- elle peut transformer une presqu'île en île.

la dilatation :

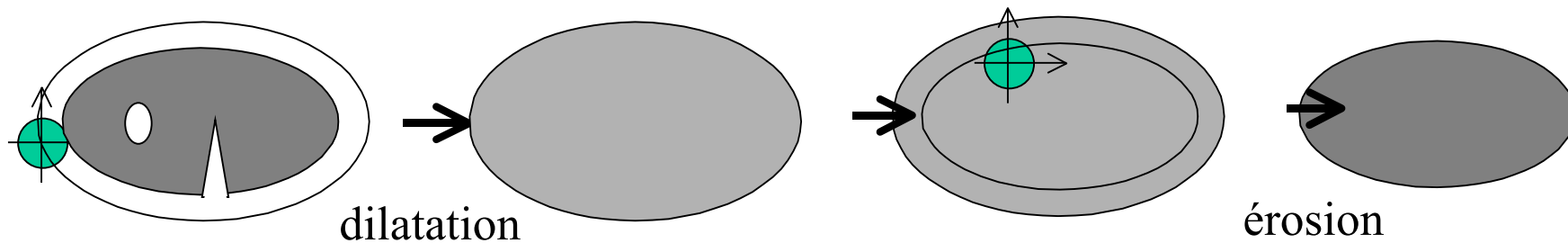
- élargie les caps,
- comble les chenaux et les trous étroits,
- peut souder deux formes proches.

4.3 Ouverture et fermeture

ouverture : érosion suivie d'une dilatation



fermeture : dilatation suivie d'une érosion



Effets de l'ouverture et de la fermeture

l'ouverture :

- conserve globalement la taille de la forme,
- supprime les caps étroits et les petits îlots,
- peut transformer une presqu'île en île.

la fermeture :

- conserve globalement la taille de la forme,
- comble les chenaux et les trous étroits,
- peut souder deux formes proches.

➔ Lissage de forme

Effets de l'ouverture et de la fermeture

Propriétés :

- $\text{ouvert}(X)$ est inclus dans X qui est inclus dans $\text{fermé}(X)$,
 $\text{ouvert}(X) \subset X \subset \text{fermé}(X)$
- l'ouverture et la fermeture sont idempotentes :
 $\text{ouvert}(\text{ouvert}(X)) = \text{ouvert}(X)$

Utilisation

- Lissage de forme,
- Transformations itératives pour dégager une hiérarchie des composantes connexes

Exemple : la **Granulométrie**

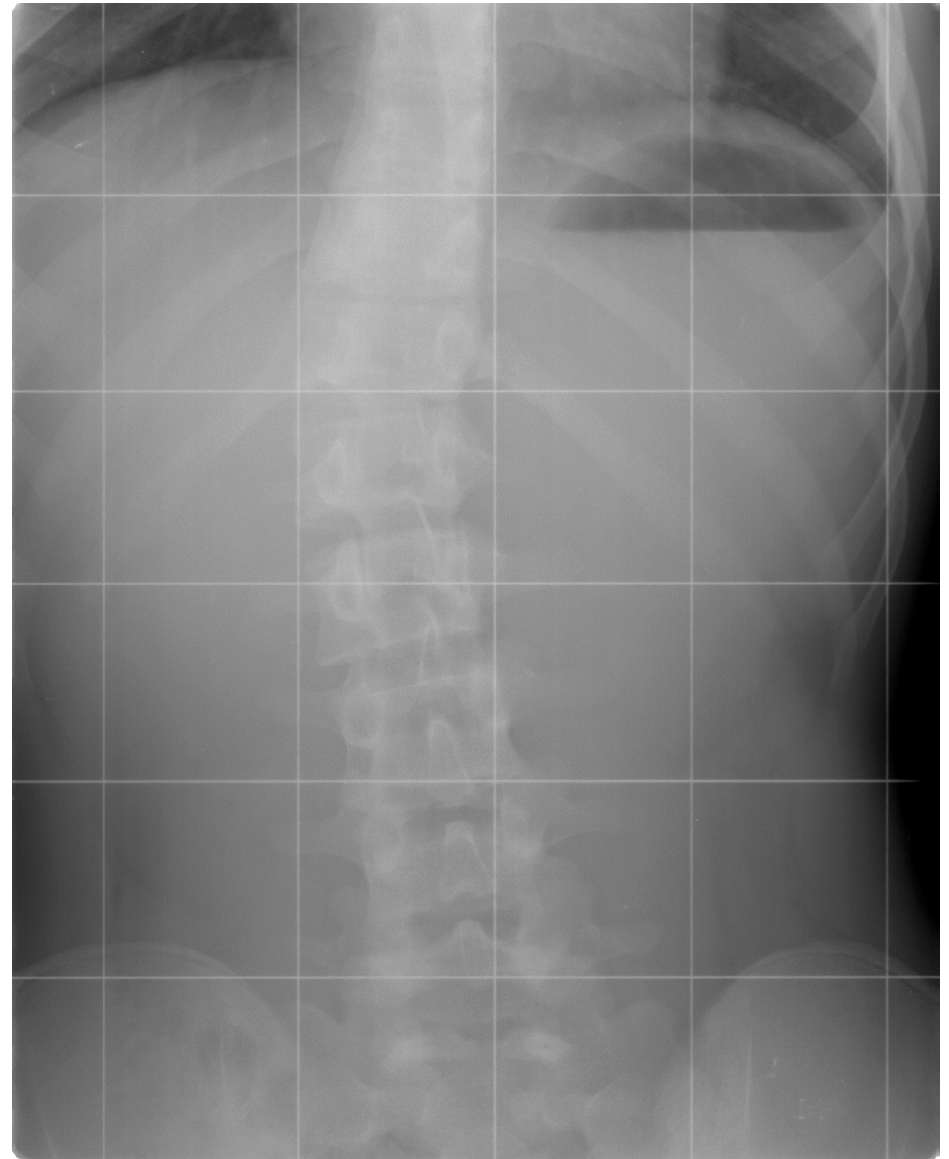
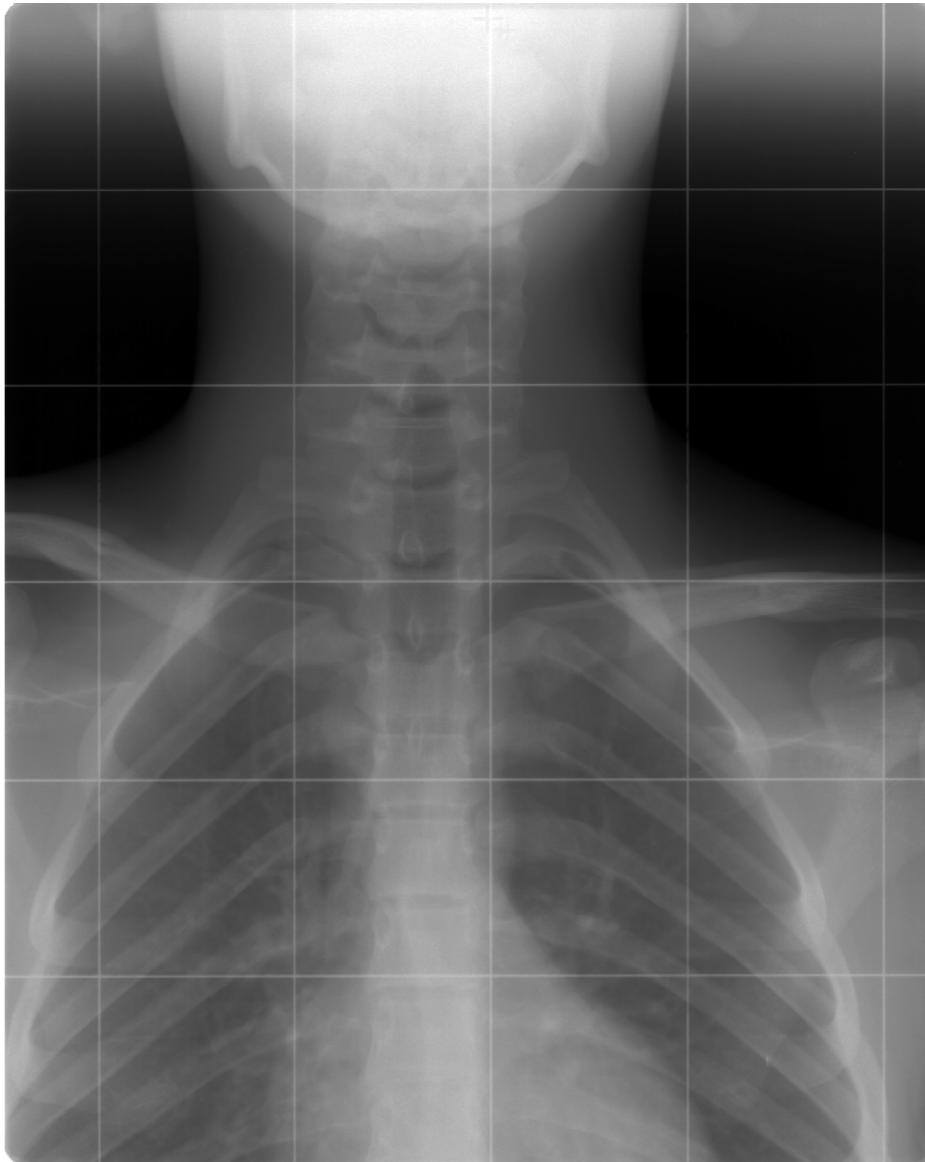
Etude statistique de la forme des "grains" qui composent un matériaux.

Premiers problèmes que la morphologie mathématique ait traités.

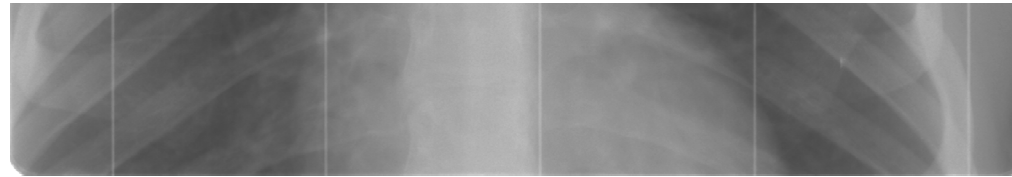
Principe :

- Enchaînement des tamisages de plus en plus « fins »
- Etude différentielle de ce qui reste.
- Le tamisage est une opération idempotente (ouverture).

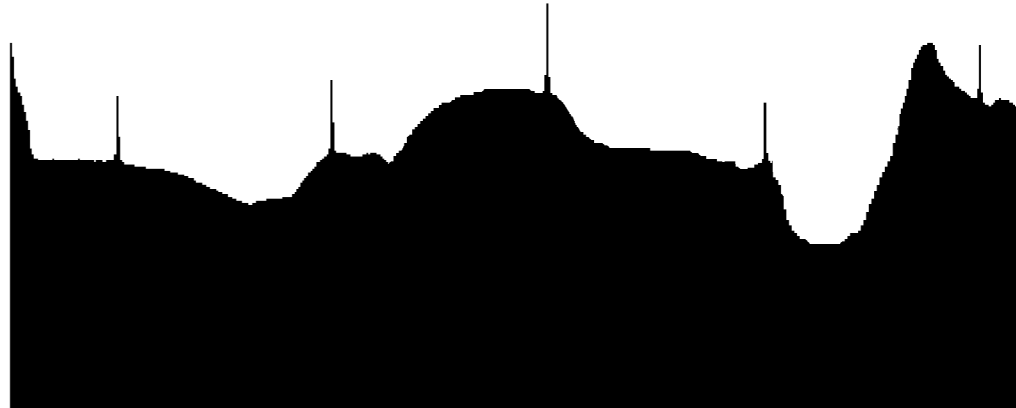
Exemple



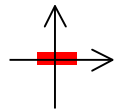
bord image



profil

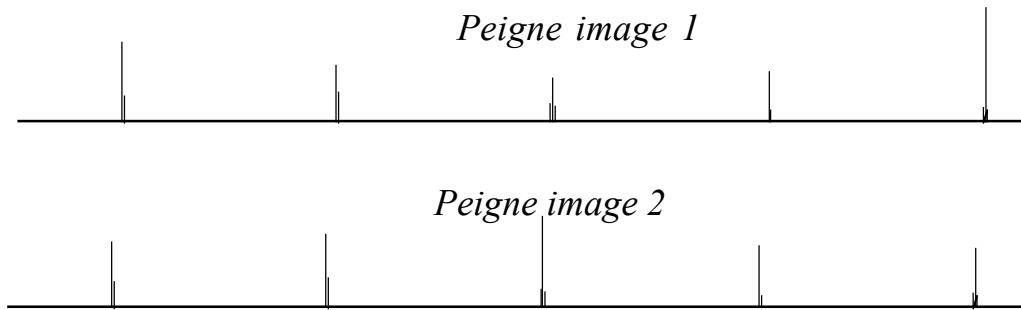


ouverture

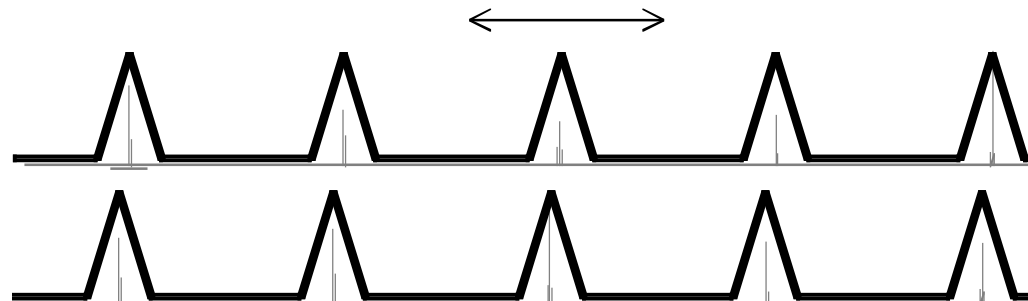


différence

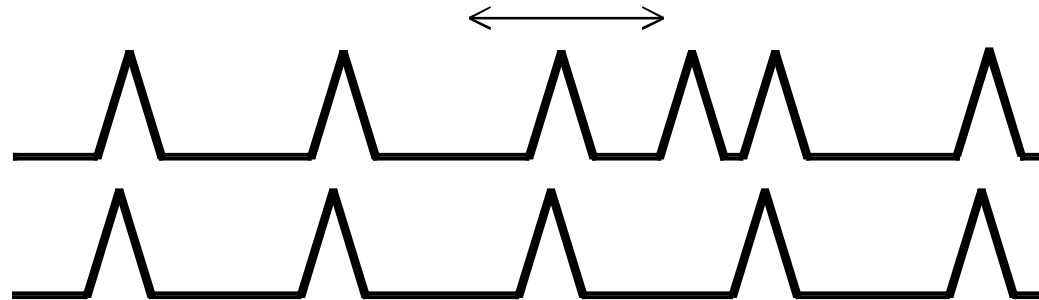




Calage horizontal : mise en correspondance des peignes des 2 images



Elargissement et normalisation des pics
pour obtenir une distance progressive



Robustesse de la mesure même s'il y a un pic erroné

4.4 Transformation homotopique

Homotopique: qui ne modifie pas le nombre de composantes connexes.

Amincissement homotopique :

- ➔ application successive de ces 8 masques
- ➔ pixel central à 0 si le masque s'applique

0	0	0
?	1	?
1	1	1

masque 1

1	?	0
1	1	0
1	?	0

masque 2

1	1	1
?	1	?
0	0	0

masque 3

0	?	1
0	1	1
0	?	1

masque 4

?	0	0
1	1	0
?	1	?

masque 5

?	1	?
1	1	0
?	0	0

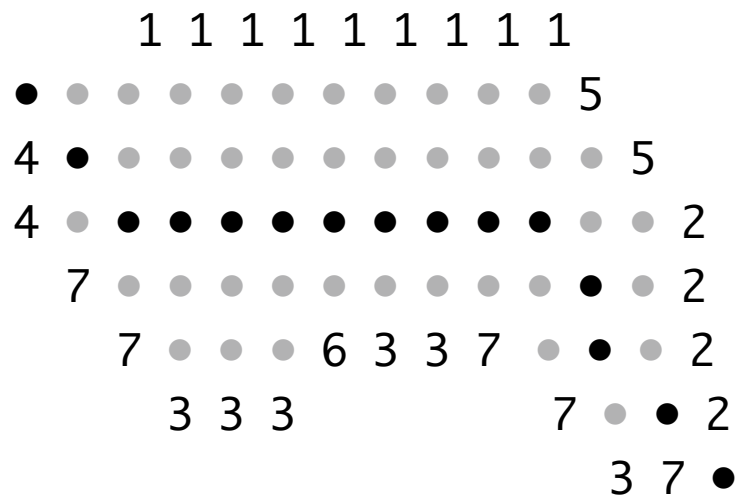
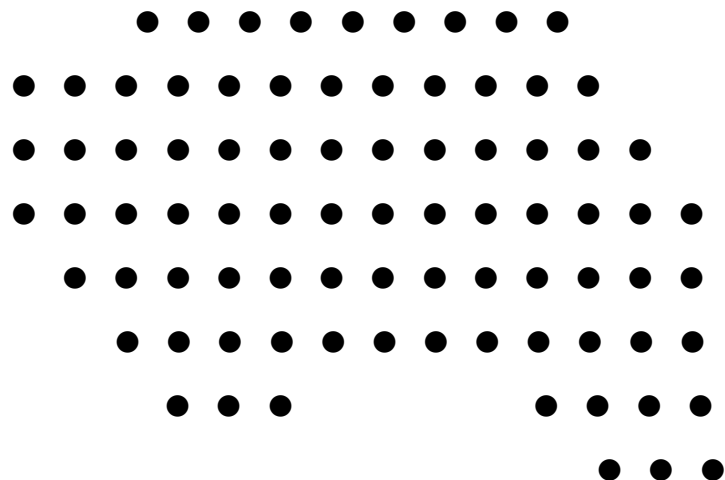
masque 6

?	1	?
0	1	1
0	0	?

masque 7

0	0	?
0	1	1
?	1	?

masque 8



0	0	0
?	1	?
1	1	1

masque 1

1	?	0
1	1	0
1	?	0

masque 2

1	1	1
?	1	?
0	0	0

masque 3

0	?	1
0	1	1
0	?	1

masque 4

?	0	0
1	1	0
?	1	?

masque 5

?	1	?
1	1	0
?	0	0

masque 6

?	1	?
0	1	1
0	0	?

masque 7

0	0	?
0	1	1
?	1	?

masque 8

Squelette d'une forme

- ➔ répéter l'amincissement jusqu'à stabilité : squelette d'une forme
- ➔ étude après ébarbulage

Particularités du squelette d'une forme :

- renseigne sur la structure
- attention : résultat instable



5. Position d'une forme

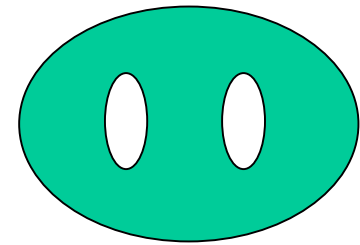
Emplacement : le centre de gravité

Orientation : diamètre de la forme ou axe principal d'inertie

6. Caractérisation d'une composante

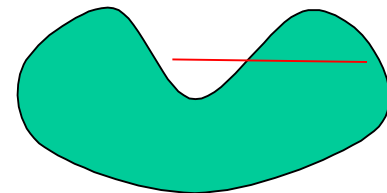
La caractérisation d'une forme n'a pas de solution générale.

- on utilise des indices
- invariants par rotation, translation et homothétie
- et définis pour des formes **simplement connexes**



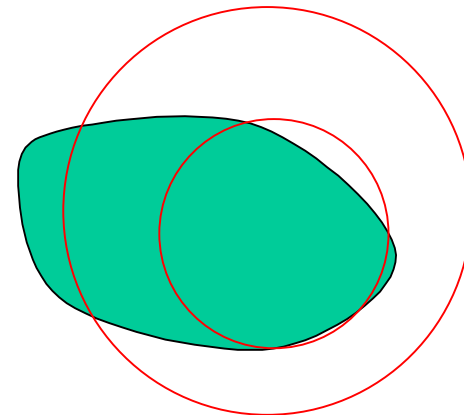
On distinguera :

- la caractérisation de formes convexes
- la caractérisation de formes concaves



6.1 Mesures

- choix d'une métrique
- surface
- périmètre
- diamètre
- épaisseur
- cercles inscrit et circonscrit
- ...



Mesure de la surface : pendant l'étiquetage

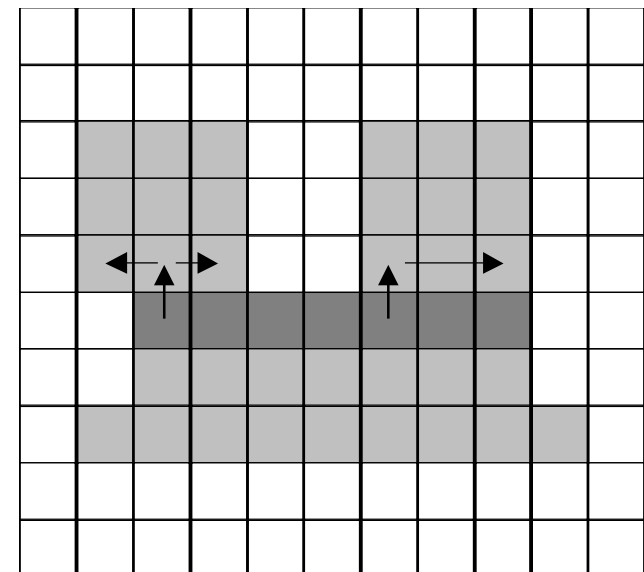
Un autre algorithme : remplissage à germe par ligne de balayage

- remplissage itératif des lignes ,
- aspect récursif réservé au remplissage de « nouvelles branches ».

On suppose que l'on dispose d'un germe (i, j) :

action remplissage(i, j)

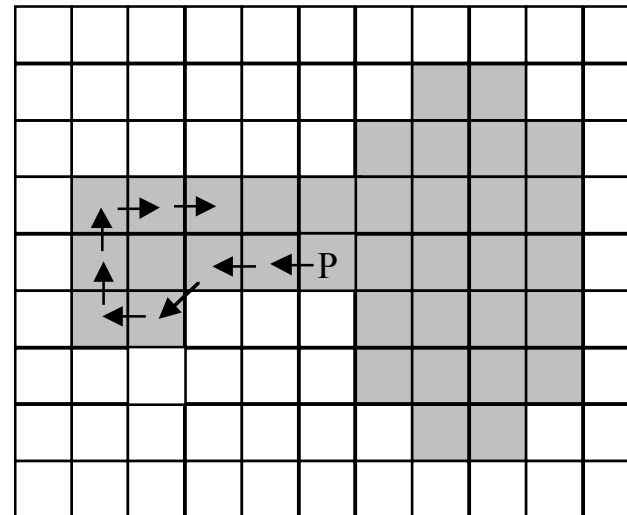
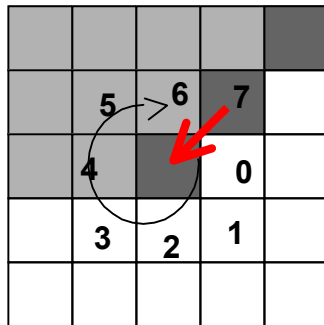
- $k \leftarrow j$
 - jusqu'à "butter" sur jmin et jmax
 - Colorier(i, k)
 - Si il existe un germe (i-1, k)
 - remplissage(i-1, k) ;
 - fin jusqu'à
 - faire de même avec la ligne i+1 ;
- fin action



Mesure du périmètre

Deux approches :

- pixels de X qui ont un 4-voisin dans X^c
- parcours « main droite »



Recherche du suivant :

- 8 directions possibles : $(1, 0)$ $(1, -1)$ $(0, -1)$ $(-1, -1)$ $(-1, 0)$ $(-1, 1)$ $(0, 1)$ $(1, 1)$
- ordre des pixels à tester : $P_{i=0,7} = (n^{\circ} \text{ direction} + 5 + i) \% 8$
- arrêt sur le pixel de départ sur le périmètre de la forme

Arrêt du parcours : retour au point de départ dans la direction du départ

Mesure du diamètre

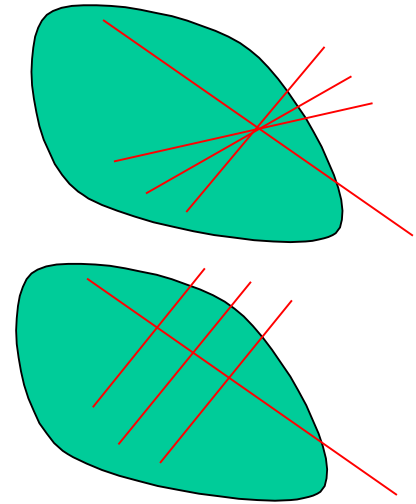
Distance maximum entre deux points du périmètre.

- stocker les points du périmètre dans un tableau
- soit G le centre de gravité
- soit $P1$ le point du périmètre le plus éloigné de G
- répéter
 - chercher $P2$ du périmètre qui maximise $d(P1, P2)$
 - chercher $P1$ du périmètre qui maximise $d(P1, P2)$
- jusqu'à stabilité

Mesure de l'épaisseur

Peut être défini de plusieurs façon :

- plus petite corde passant par le milieu du diamètre
- plus grande corde perpendiculaire au diamètre



Les effets d'une représentation discrète :

- les cordes candidates seront "tracées" avec l'algorithme de Bresenham
- en partant du diamètre
- jusqu'à détecter la sortie de la forme aux deux extrémités.

```
soit (P1,p2) le diamètre de X ;
```

```
épaisseur <- 0;
```

```
pour tous les points M du segment discret (P1,P2)
```

```
    • tracer(Q1,Q2) passant par M et ortho. à (P1,P2) ;
```

```
    • si d(Q1,Q2) > épaisseur alors épaisseur <- d(Q1,Q2) ;
```

```
fin pour
```

Cercle circonscrit

t : le tableau des points

de contours de X

P : un point dans X (le centre de gravite, ...)

rayon <- max des distances de P aux points de contour

repeter

C <- P;

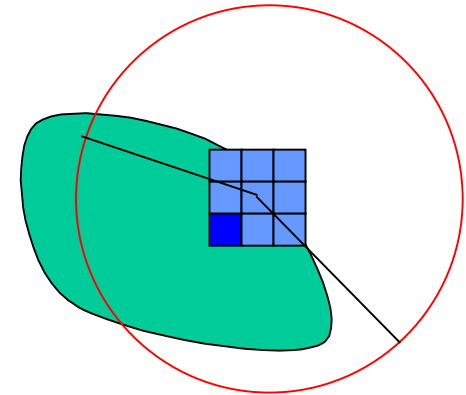
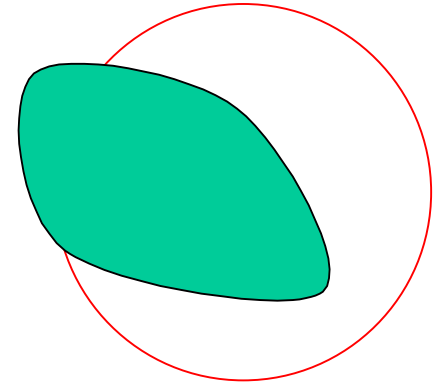
pour les 8 voisins Q de P

d <- max des distances de Q aux points de contour

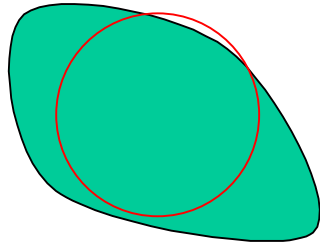
si d < rayon **alors** rayon <- d et C<-Q

fin pour

jusqu'a P=C



Cercle inscrit



Remarques :

- une forme continue convexe peu perdre sa convexité lorsqu'on la discrétise.
- l'enveloppe convexe est très proche du périmètre discret

Les distances de chanfrein :

- permettent d'approximer la distance d'un pixel au bord de la forme
- ➔ extraction de squelette : ligne de crête
- ➔ centre (pixel le plus éloigné) et rayon (distance au bord) du cercle inscrit

Approximation de la distance de Manhattan :

- Soient les deux demi masques ci-contre M_{sup} et M_{inf} :
- Initialiser la carte des distances à 0
- Etape 1 : pour chaque pixel dans un parcours gauche-droite et de haut en bas
 - retenir le min des voisins augmentés de la valeur du masque M_{sup}

2	1	2
1		1
2	1	2

2	1	2
1		

Carte des distances aux bords gauche et supérieur

- Etape 2 : parcours en sens inverse avec le masque M_{inf} pour chaque pixel de X retenir le min entre :
 - la valeur du pixel
 - ses voisins augmentés de la valeur du masque.

		1
2	1	2

			1	1	1	1			
		1	2	2	2	2			
		1	2	3	3	2	1		
		1	2	3	4	3			
			1	2	3				

			1	1	1	1			
		1	2	2	2	1			
		1	2	3	3	2	1		
		1	2	2	2	1			
			1	1	1				

Carte des distances aux bords

- Approximation de la distance euclidienne :

4	3	4
3		3
4	3	4

6.2 Caractérisation de forme

Indice d'une forme convexe :

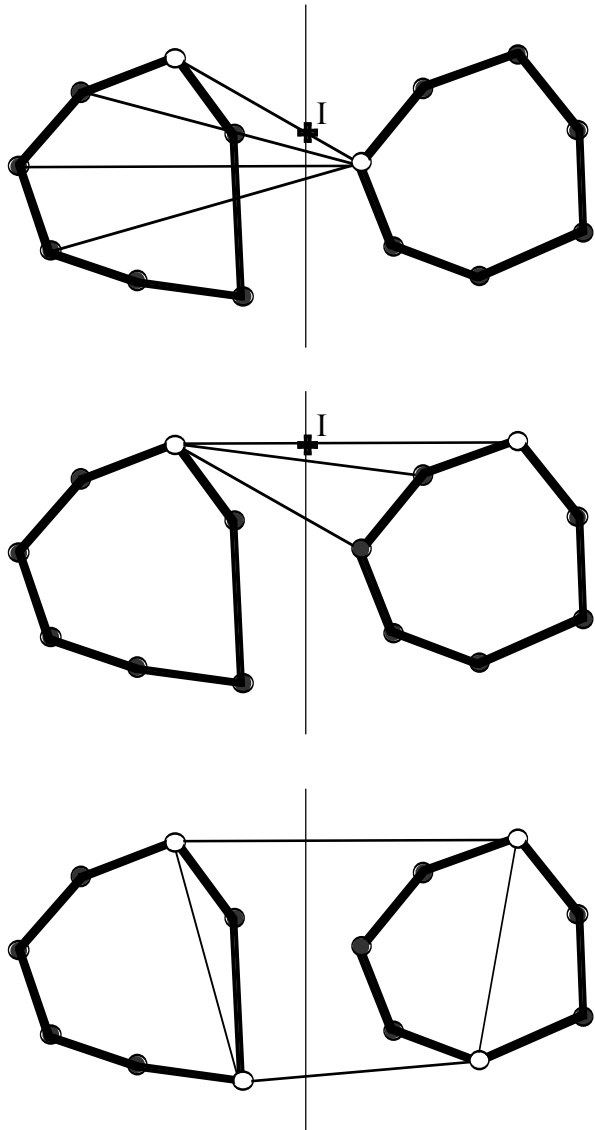
Un indice de forme est souvent défini dans l'intervalle $[0, 1]$

Il doit être indépendant de la position, de l'orientation et de la taille de la forme.

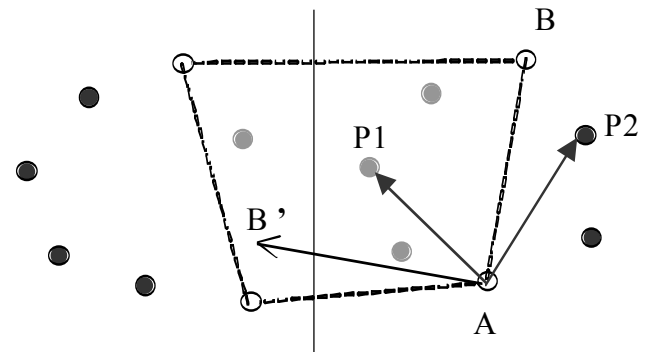
- L'allongement
 - rapport épaisseur/diamètre
 - rayon inscrit / rayon circonscrit
- L'isopérimétrie
 - $4\pi \text{ surface} / \text{périmètre}^2$
- L'écart au cercle inscrit
 - $1 - \pi (\text{rayon inscrit})^2 / \text{surface}$

Enveloppe convexe : plus petit polygone convexe contenant X

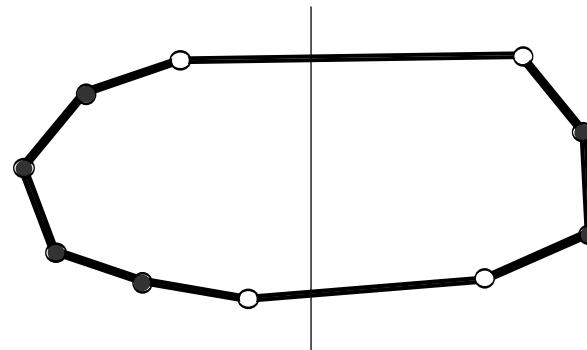
Fusion de deux enveloppes convexes :



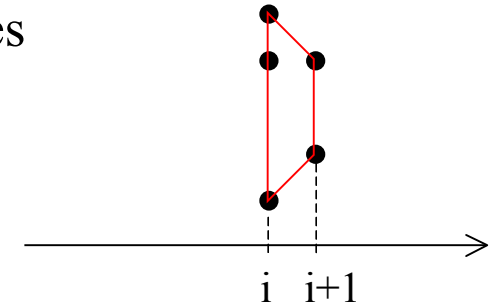
Elimination des sommets à l'intérieur
du quadrilatère de jonction :



$(AB') \cdot (AP) > 0 \Rightarrow P$ est à gauche de (AB)



Remarque : des sommets dont les abscisses sont égales à 1 près forment une enveloppe convexe.



action enveloppeConvexe

Soit C la table des N points de contours de X ;
ordonner C suivant les abscisses croissantes ;
eclaterFusionner(C , 0, N) ;

fin action

action eclaterFusionner(C , min, max)

si (abscisse(C [max-1]) - abscisse(C [min]) > 1)

couper C au « milieu »

eclaterFusionner(C , min, milieu) ;

eclaterFusionner(C , milieu, max) ;

fusionEnveloppes(C , min, milieu, max) ;

fin si ;

fin action

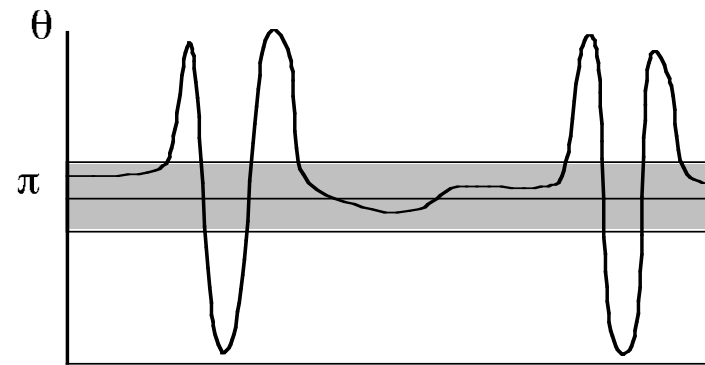
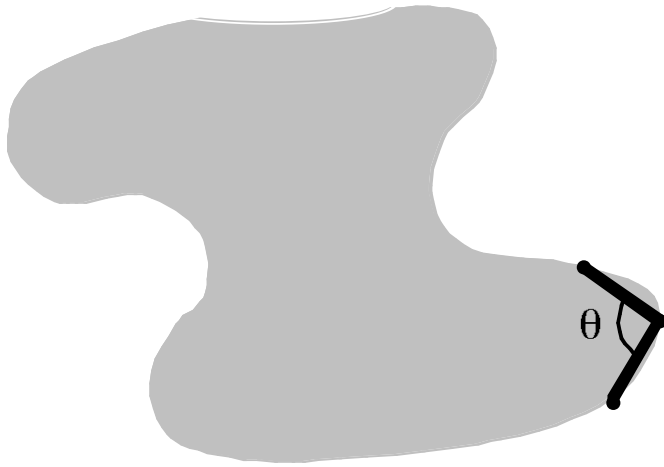
Remarques :

- Il faut couper C en deux ensembles séparés par un axe vertical
 - Attention : il peut y avoir plusieurs sommets consécutifs avec la même abscisse
→ se décaler au début de la suite de sommets

```
action eclaterFusionner(C, min, max)
  si (abscisse(C[max-1]) - abscisse(C[min]) > 1)
    milieu <- (min+max)/2 ;
    /* il faut se décaler si les abscisses sont identiques */
    si (abscisse(C[milieu]) - abscisse(C[min]) > 1) decal = -1
    sinon decal = 1
    fin si
    tant que (abscisse(C[milieu-1]) = abscisse(C[milieu]))
      milieu <- milieu+decal ;
    fin tant que
    eclaterFusionner(C, min, milieu) ;
    eclaterFusionner(C, milieu, max) ;
    fusionEnveloppes(C, min, milieu, max) ;
  fin si ;
fin action
```

caractérisation de la concavité d'une forme :

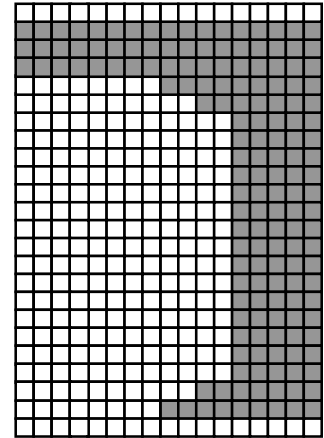
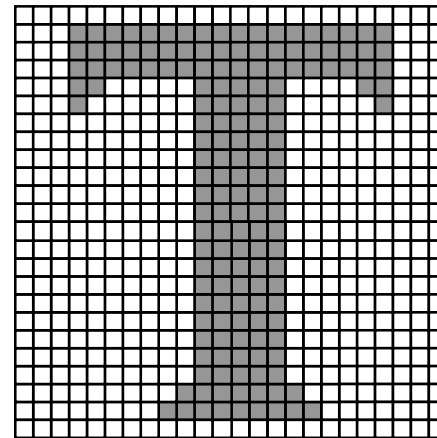
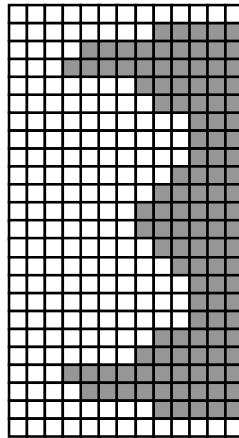
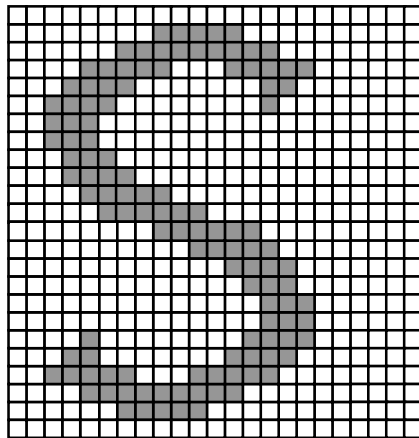
- Ecart de surface entre X et son enveloppe convexe
- Changements de concavité



*Changement significatif de courbure le long d'une **forme régulière***

Profil de formes :

- Profil : « accumulation » des pixels de la forme en les projetant sur un axe.
- le profil d'une forme est moins « riche » que la forme
- mais sa dimension 1D facilite sa caractérisation
(position des extrema et amplitudes).
- on peut étudier plusieurs profils d'une même forme (axe horizontal, vertical, ...)



Profil des distances à G :

- Distances du centre de gravité aux points du périmètre

