Magistère d'Informatique et de Mathématiques
ENS de Cachan *Jeudi 11 Mai 2006*
TD de Théorie des Langages

Automates à pile (2)

Exercice 1 (Autres exemples)
Construire un automate à pile reconnaissant le langage $\bar{L_1}$, où $L_1 = \{w\widetilde{w} \mid \ w \in \Sigma^*\}$.
Donner un automate à pile qui accepte le complémentaire du langage $L_2 = \{ww \mid \ w \in \Sigma^*\}$.

Exercice 2 (Déterministes et non ambigus)
Montrer que tout langage déterministe est non ambigu.
Montrer que l'inclusion est stricte en considérant le langage suivant :

$$L = \{a^n b^n | n > 0\} \cup \{a^n b^{2n} | n > 0\}$$

Exercice 3 (Variantes d'automates déterministes)
Soit $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, Z, T, q_0, z_0, F, K\rangle$ un automate à pile déterministe reconnaissant par sommet de pile et état final (une configuration $(q, \alpha z)$ est acceptante si $(q, z) \in K \subseteq Q \times Z$). Montrer que l'on peut effectivement construire un automate à pile déterministe équivalent reconnaissant par état final.
Soit $\mathcal{A}$ un automate à pile déterministe. Montrer que l'on peut effectivement construire un automate à pile déterministe qui reconnaît le même langage et dont les ε-transitions sont uniquement effaçantes : $(p, x) \xrightarrow{\varepsilon} (q, \varepsilon)$.

Exercice 4 (Calcul des First$_k(\alpha)$)
Soit $w \in \Sigma^*$ et $k \geq 0$. On définit $\text{Trunc}_k(w) = \begin{cases} w & \text{si } |w| \leq k \\ w[k] & \text{sinon.} \end{cases}$
Soit $G = \langle \Sigma, V, P, S\rangle$ une grammaire algébrique, $\alpha \in (\Sigma \cup V)^*$ et $k \geq 0$. On pose

$$\text{First}_k(\alpha) = \text{Trunc}_k({}_G(\alpha))$$

On suppose que toutes les variables de G sont productives.
Pour $k \in \mathbb{N}$ fixé, on définit la suite d'ensemble suivants :

$$L_0(\alpha) = \emptyset$$

$$\begin{array}{ll} L_{m+1}(a) = \{a\} & \text{si } a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\} \\ L_{m+1}(X) = \displaystyle\bigcup_{\alpha,\ X \longrightarrow \alpha} L_m(\alpha) & \text{si } X \in V \\ L_{m+1}(\alpha) = \text{Trunc}_k(L_{m+1}(\alpha_1) \cdots L_{m+1}(\alpha_n)) & \text{si } \alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_n \text{ et } n \geq 2 \end{array}$$

Faire le lien entre les $(L_m(\alpha))_{m \in \mathbb{N}}$ et $\text{First}_k(\alpha)$.