

Élève 1 :

Exercice 1

Dans \mathbb{R}^3 rapporté au repère canonique, on donne D et D' les droites affines définies par :

$$D \begin{cases} 2x + 3y - 4z + 1 = 0 \\ x - 2y + z - 3 = 0 \end{cases} \quad D' \begin{cases} 3x + y - 3z - 2 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

1. Proposez une méthode simple afin de déterminer si les deux droites D et D' sont parallèles ou non.
2. Précisez si les droites sont disjointes ou non, coplanaires ou non.

Élève 2 :

Exercice 2

On suppose $\dim E = 2$. Soient ABC un triangle de E . On pose $A_0 = M$, et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$B_n = \text{mil}[A, A_n] \quad C_n = \text{mil}[B, B_n] \quad A_{n+1} = \text{mil}[C, C_n]$$

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, déterminer les réels $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ de somme 1 tels que A_n soit le barycentre de $((A, \alpha_n), (B, \beta_n), (C, \gamma_n))$.
On pourra établir une relation de récurrence entre $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ et $\alpha_{n+1}, \beta_{n+1}, \gamma_{n+1}$.
2. Établir alors les suites $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Que dire de la figure "limite" ?

Élève 3 :

Exercice 3

L'espace \mathbb{R}^3 étant rapporté au repère canonique, reconnaître l'application affine f définie par :
(si $M = (x, y, z)$ est envoyé sur $f(M) = (X, Y, Z)$)

$$\begin{cases} X = 5x + 2y - 2z + 2 \\ Y = -4x - y + 2z - 2 \\ Z = 8x + 4y - 3z + 4 \end{cases}$$