Élève 1 :

Cours : (4) Existence et unicité de la perpendiculaire commune à deux droites de A non coplanaires et connues par des repères.

Exercice 1 (Projection sur 4 plans)
Dans un ROND, on donne les plans $\left| \begin{array}{l} P : x+y=1 \\ Q : y+z=1 \\ R : x+z=1 \\ S\ : x+3y+z=0 \end{array} \right.$ et le point $A : (1,1,\lambda)$.

Donner une CNS sur λ pour que les projections de A sur les quatre plans soient coplanaires.

Exercice 2 (Tétraèdre dont les faces ont même aire)
Soit $ABCD$ un tétraèdre dont les quatre faces ont même aire. Montrer que les côtés non coplanaires ont deux à deux mêmes longueurs.

Élève 2 :

Cours : (5) Recherches géométriques de l'intersection d'une sphère de A avec une droite de A connue par un repère ou avec un plan de A.

Exercice 3 (Calculs de points et plans)
Dans un ROND, on donne les points $A : (1,2,3)$, $B : (2,3,1)$, $C : (3,1,2)$, $D : (1,0,-1)$.

1. Chercher le centre et le rayon de la sphère circonscrite à $ABCD$.
2. Chercher les équations cartésiennes des plans (ABC), (ABD), (ACD), (BCD).
3. Chercher le centre et le rayon de la sphère inscrite dans le tétraèdre $ABCD$.

Exercice 4 (Perpendiculaire commune à deux droites)
Dans un ROND on donne les droites $D : \begin{cases} x-y+z=-1 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$ et $D' : \begin{cases} x+2y+z=0 \\ x-y-z=\frac{1}{2}. \end{cases}$

Chercher la perpendiculaire commune, Δ, à D et D' (On donnera les points $H \in D \cap \Delta$ et $K \in D' \cap \Delta$).

Élève 3 :

Cours : (3) Calculs de la distance d'un point à un plan de A connu ar un repère ou une équation carthésienne. dans $\mathbb{R}$.

Exercice 5 (Intersection d'un plan et d'un cône)
Le but de cet exercice est de décrire cette intersection.
On considère un cône (Γ) de sommet S, de demi-angle au sommet θ, et d'axe de révolution (Δ). On considère par ailleurs un plan $(\mathcal{P})$ intersectant le cône (Γ). On note φ l'angle de $(\mathcal{P})$ avec (Δ). Posons également $K = \Gamma \cup \mathcal{P}$.

1. Traiter les cas $\varphi = 0$ et $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

   On suppose donc à présent que $\varphi \in]0, \dfrac{\pi}{2}[$. Définissons F comme le point d'intersection de (Δ) avec $(\mathcal{P})$, et (Σ) la sphère tangente à F et au cône (Γ). On note $(\mathcal{C})$ le cercle de contact de (Σ) et du cône, (Q) le plan contenant $(\mathcal{C})$, et (D) la droite intersection de $(\mathcal{P})$ et (Q).
2. Nous allons montrer que K est inclus dans une conique de foyer F et de directrice (D). Fixons une génératrice (G) du cône. Celle-ci coupe $(\mathcal{C})$ en B et $(\mathcal{P})$ en M. Nous définissons donc K le projeté orthogonal de M sur (D).
   (a) Justifiez l'existence de ces objets, et les représenter.
   (b) En introduisant H le projeté orthogonal de M sur (Q), calculer $\dfrac{MH}{MK}$.
   (c) De même, calculer le rapport $\dfrac{MH}{MB}$.
   (d) Conclure.
3. Réciproquement, nous allons montrer à présent que K est inclus dans la conique obtenue précédemment. On considère donc la conique K' définie selon les résultats précédents, et on se donne un point M de K'.
   (a) Considérons le plan (Π) contenant les droites (SM) et (SF). Décrire la nature de $\mathcal{G} = (\Gamma) \cap (\Pi)$.
   (b) Décrire alors l'intersection $\mathcal{G} \cap (\mathcal{P})$.
   (c) Que dire sur cette intersection ? (utiliser les résultats de 2.)
   (d) Conclure.
4. Conclure sur les différentes natures possibles de K.