

Élève 1 :

Cours : (1) Étude de la fonction Arcsinus (définition, valeurs particulières, dérivée et courbe soignée avec tangentes...).

Exercice 1 (Arguments et arctangente) Soit $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$. On appelle argument principal de z , et on note parfois $\text{Arg}(z)$, l'unique argument de z élément de $] -\pi, \pi[$. Établir, pour tout $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$, l'égalité suivante :

$$\text{Arg}(z) = 2 \text{Arctan} \frac{\text{Im}(z)}{|z| + \text{Re}(z)}$$

Exercice 2 (Étude d'une suite définie par une somme.)

1. Établir que $\forall x \in]0, 1[, 1 + x < e^{\text{sh}(x)} < \frac{1}{1-x}$.
2. Soit $k \in \mathbb{N}^*$. On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ par $u_n = \text{sh} \frac{1}{n} + \text{sh} \frac{1}{n+1} + \dots + \text{sh} \frac{1}{kn}$. Montrer que cette suite est convergente, et calculer sa limite.

Élève 2 :

Cours : (4) Relation entre $\text{Arccos}(x)$ et $\text{Arcsin}(x)$ pour $x \in [-1, 1]$ et entre $\text{Arctan}(x)$ et $\text{Arctan}(\frac{1}{x})$ pour $x \in \mathbb{R}_*^+$.

Exercice 3 (Mines de Nantes 2004) Résoudre $\text{Arccos}(\frac{1-x}{1+x}) + \text{Arcsin}(\frac{2\sqrt{x}}{1+x}) = \pi$.

Exercice 4 Soit $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$. On pose $x = \ln(\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}))$. Calculer $\text{ch}(x)$, $\text{sh}(x)$ et $\text{th}(x)$ en fonction de θ .

Exercice 5 Étudier la fonction $f : x \mapsto \text{Arctan} \sqrt{\frac{1-\cos(x)}{1+\cos(x)}}$.

Élève 3 :

Cours : (2) Étude de la fonction Arccosinus (définition, valeurs particulières, dérivée et courbe soignée avec tangentes...).

Exercice 6 Énoncer la formule donnant $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(y)$ pour $x, y \in \mathbb{R}$ tels que $xy \neq 1$. Démontrer ensuite cette formule.

Indication : On songera à utiliser la formule de sommation des tangentes, après l'avoir redémontrée afin d'en préciser les hypothèses.

Exercice 7 Calculer les sommes suivantes (où x est un réel fixé) :

$$\sum_{k=0}^n \text{ch}(x), \sum_{k=0}^n \text{sh}(x)$$