

Quiz – Analyse de complexité des algorithmes

Nom :

Note :

Prénom :

..... /20

Exercice 1.

Arithmétique

Dans cet exercice, on considère que la multiplication est une instruction élémentaire.

1. Voici un algorithme d'exponentiation simple.

Entrée : deux entiers positifs n et p

Sortie : n^p

```
res = 1
pour i de 1 à p faire:
    res = res * n
retourner res
```

Quelle est la complexité de cet algorithme?

- ☐ $\mathcal{O}(\log p)$ ☐ $\mathcal{O}(p)$ ☐ $\mathcal{O}(2^p)$
☐ Logarithmique ☐ Linéaire ☐ Exponentiel

/1 point

/2 points

2. Voici un algorithme d'exponentiation rapide.

Entrée : deux entiers positifs n et p

Sortie : n^p

```
res = 1
tant que p > 0 faire:
    si p modulo 2 == 1 alors:
        res = res * n
        p = (p-1) / 2
    sinon:
        p = p / 2
    n = n * n
retourner res
```

Quelle est la complexité de cet algorithme?

- ☐ $\mathcal{O}(\log p)$ ☐ $\mathcal{O}(p)$ ☐ $\mathcal{O}(2^p)$
☐ Logarithmique ☐ Linéaire ☐ Exponentiel

/1 point

/2 points

Exercice 2.

Arithmétique élémentaire

On s'intéresse ici aux opérations élémentaires de l'arithmétique.

3. Quelle est la complexité de l'algorithme d'addition de deux entiers naturels que l'on apprend à l'école primaire?

- ☐ Logarithmique ☐ Linéaire ☐ Quadratique ☐ Cubique

/1 point

4. Est-il possible qu'un algorithme théoriquement plus efficace existe?

- ☐ Oui ☐ Non

/1 point

5. Quelle est la complexité de l'algorithme de multiplication de deux entiers naturels que l'on apprend à l'école primaire ?
☐ Logarithmique ☐ Linéaire ☐ Quadratique ☐ Cubique /1 point
6. Il existe un algorithme en $\mathcal{O}(n \log n)$ pour multiplier deux entiers de n bits. En quelle année a-t-il été découvert ?
☐ -300 av. J.-C. ☐ 1845 ☐ 1968 ☐ 2019 /1 point

Exercice 3.

Tris

On souhaite trier un tableau de n entiers compris entre 0 et 100.

7. Quelle est la complexité de l'algorithme du tri à bulles ?
☐ $\mathcal{O}(n)$ ☐ $\mathcal{O}(n \log n)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(n^3)$ /1 point
8. Quelle est la complexité de l'algorithme du tri par insertion ?
☐ $\mathcal{O}(n)$ ☐ $\mathcal{O}(n \log n)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(n^3)$ /1 point
9. Quelle est la complexité en moyenne de l'algorithme du tri rapide (Quicksort) ?
☐ $\mathcal{O}(n)$ ☐ $\mathcal{O}(n \log n)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(n^3)$ /1 point
10. Quelle est la complexité (dans le pire cas) de l'algorithme du tri rapide (Quicksort) ?
☐ $\mathcal{O}(n)$ ☐ $\mathcal{O}(n \log n)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(n^3)$ /1 point
11. Quelle est la complexité de la recherche dichotomique d'un élément dans un tableau trié ?
☐ $\mathcal{O}(\log n)$ ☐ $\mathcal{O}(n)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(n \log n)$ /1 point

Exercice 4.

Graphes

Pour un graphe $G = (V, A)$, on note $n = |V|$ son nombre de sommets, et $m = |A|$ son nombre d'arêtes (cas non-orienté) ou d'arcs (cas orienté).

12. Lesquelles de ces inégalités sont vraies pour tout graphe orienté G ?
☐ $m \leq n$ ☐ $m \leq \frac{n(n+1)}{2}$ ☐ $m \leq n^2$ ☐ $m \leq n^3$ ☐ $n \leq m$ /1 point
13. Lesquelles de ces inégalités sont vraies pour tout graphe non-orienté G ?
☐ $m \leq n$ ☐ $m \leq \frac{n(n+1)}{2}$ ☐ $m \leq n^2$ ☐ $m \leq n^3$ ☐ $n \leq m$ /1 point
14. Quelle est la complexité de calculer le degré $\deg(v)$ d'un sommet $v \in V$ dans un graphe non-orienté représenté par matrice d'adjacence ?
☐ $\mathcal{O}(\log n)$ ☐ $\mathcal{O}(\deg(v))$ ☐ $\mathcal{O}(n)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(m)$ /1 point
15. Quelle est la complexité de rechercher si un graphe non-orienté donné possède un cycle eulérien (qui passe exactement une fois par chaque arête) ?
☐ $\mathcal{O}(1)$ ☐ $\mathcal{O}(n)$ ☐ $\mathcal{O}(n + m)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(n^3)$ /1 point
16. Quelle est la complexité de l'algorithme de Dijkstra, qui permet de trouver un plus court chemin de $s \in V$ à $t \in V$ dans un graphe orienté dont les arcs sont pondérés par des nombres réels positifs ? (Cet algorithme calcule des plus courts chemin de s à tous les sommets du graphe G .) On suppose une implémentation simple avec deux tableaux.
☐ $\mathcal{O}(m + n \log n)$ ☐ $\mathcal{O}((n + m) \log n)$ ☐ $\mathcal{O}(n^2)$ ☐ $\mathcal{O}(n m^2)$ /1 point