

Exercices 5 : Réseaux d'automates
À rendre pour lundi 2 décembre, 14h30

(soit en papier au début du séminaire tutoré, soit à `kevin.perrot@univ-amu.fr`)

Exercice 1.

Simulation d'automates cellulaires (AC) périodiques

Un AC en dimension $d = 1$ sur l'alphabet Σ (fini) et voisinage $N = \{-1, 0, 1\}$ est donné par une fonction locale du type $f : \Sigma^N \rightarrow \Sigma$, qui induit une fonction globale du type $F : \Sigma^{\mathbb{Z}} \rightarrow \Sigma^{\mathbb{Z}}$. Une configuration $c \in \Sigma^{\mathbb{Z}}$ est dite *périodique* lorsqu'il existe une *période* $p \in \mathbb{N}_+$ telle que $\forall i \in \mathbb{Z} : c(i) = c(i + p)$. On dit qu'un système dynamique $G : Y \rightarrow Y$ *simule* un système dynamique $F : X \rightarrow X$ lorsqu'il existe une transformation injective $\varphi : X \rightarrow Y$ telle que $\forall c \in X : (\varphi^{-1} \circ G \circ \varphi)(c) = F(c)$.

1. Montrer que pour tout automate cellulaire $f : \Sigma^N \rightarrow \Sigma$ en dimension $d = 1$ sur l'alphabet Σ (fini, choisi arbitrairement) et voisinage $N = \{-1, 0, 1\}$, et pour toute période $p \in \mathbb{N}_+$, il existe un réseau d'automates (RA) qui le simule sur les configurations périodiques de période p . On vous demande de définir précisément ce RA à partir des données de l'AC.
2. Dessiner le graphe d'interaction du RA obtenu pour $p = 6$.