

Interrogation 01 – Définitions – mardi 12/03/2024

40 minutes, documents non-autorisés. Ce sujet comporte **2 pages** et **4 exercices**.

Nom :
 Prénom :
 Numéro étudiant :

Exercice 1.

Réduction (5 points)

 Donner la définition d'une réduction many-one Turing du langage A vers le langage B .

Exercice 2.

Questions à choix multiple (6 points)

Compléter les phrases suivantes en cochant **une seule case** par choix multiple.

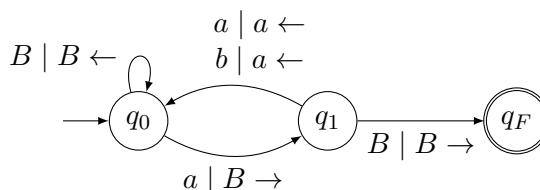
Chaque bonne réponse donne +1 point, chaque mauvaise réponse donne $-\frac{1}{2}$ point.

1. L'ensemble des mots $w \in \{a, b, c\}^*$ dont la taille $|w|$ est paire, est

- un mot de taille paire un langage décidable un sous-ensemble de $\{a, b\}^*$

2. Le langage reconnu par la machine ci-contre, sur $\Sigma = \{a, b\}$, est

- $L = \{aw \mid w \in \Sigma^*\}$
 $L = \{a\}$
 $L = \emptyset$



3. Il est possible qu'un langage soit

- semi-décidable mais non décidable non semi-décidable mais décidable
 décidable mais de complémentaire non décidable

4. Pour une machine M et un mot w , si $M(w) \downarrow$ alors $M(w)$ est

- indéfini égal à $\text{halt}(\langle M \rangle, w)$ la valeur du résultat de M sur l'entrée w


5. Pour une machine M avec états $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_F\}$, alphabet d'entrée $\Sigma = \{a, b\}$, symbole blanc B , telle que $\delta(q_0, a) = \delta(q_0, B) = (q_1, b, \leftarrow)$ et $\delta(q_1, B) = (q_F, b, \rightarrow)$, on a toujours

- $L(M) = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$ $L(M) = \emptyset$ $\{a^n \mid n \in \mathbb{N}\} \subseteq L(M)$

6. Soit $\Sigma = \{0, 1\}$ et une machine M . Le code de M , noté $\langle M \rangle$, est


- un langage décidable un sous-ensemble de Σ^* un élément de Σ^*

Exercice 3.*Théorème de l'arrêt (9 points)*

 Démontrer le théorème de l'arrêt, énoncé ci-dessous.

Théorème. La fonction **halt** : $(\langle M \rangle, w) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } M(w) \downarrow \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ n'est pas calculable.

Exercice 4.*Finis (Bonus 4 points)*

 Expliquer pourquoi tout langage L de taille finie est décidable.