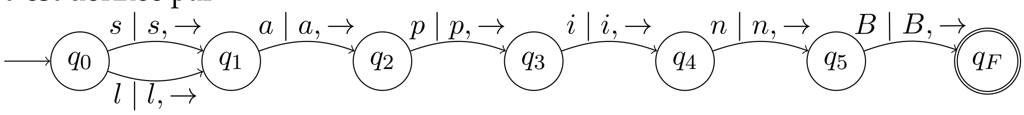
TD 01 – Machines de Turing

Exercice 1. *Ma première MT*

Soit $M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, B, q_F)$ la machine de Turing où
- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_F\}$,
- $\Sigma = \{a, i, l, n, p, s\}$, $\Gamma = \{a, i, l, n, p, s, B\}$,
- δ est donnée par



1. Quel est le langage reconnu par cette machine de Turing ?
2. Peut-on dire que ce langage est semi-décidable ?
3. Peut-on dire que ce langage est décidable ?

Exercice 2. *états d'une MT = mémoire finie*

Objectif : voir que l'on peut sauvegarder des informations (en quantité finie) dans les états.
Soit $M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, B, q_F)$ la machine de Turing où
- $Q = \{q_0, q_a, q_b, q'_a, q'_b, q_F\}$,
- $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, B\}$,
- δ est donnée par

$$\begin{array}{ll}
(q_0, a) \mapsto (q_a, a, \rightarrow) & (q_0, b) \mapsto (q_b, b, \rightarrow) \\
(q_a, a) \mapsto (q_a, a, \rightarrow) & (q_b, a) \mapsto (q_b, a, \rightarrow) \\
(q_a, b) \mapsto (q_a, b, \rightarrow) & (q_b, b) \mapsto (q_b, b, \rightarrow) \\
(q_a, B) \mapsto (q'_a, B, \leftarrow) & (q_b, B) \mapsto (q'_b, B, \leftarrow) \\
(q'_a, a) \mapsto (q_F, a, \rightarrow) & (q'_b, b) \mapsto (q_F, b, \rightarrow)
\end{array}$$

1. Dessiner cette machine sous la forme d'un automate.
2. Quel est le langage reconnu par cette machine de Turing ?
3. Peut-on dire que ce langage est semi-décidable ?
4. Peut-on dire que ce langage est décidable ?

Exercice 3. *MT*

Donner des machines de Turing pour décider les langages suivants.
Vous pouvez tester vos programmes sur : `https://turingmachine.io/`

1. $L = \{aw \mid w \in \Sigma^*\}$ avec $\Sigma = \{a, b, c\}$.
2. $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \equiv 0 \mod 3\}$ avec $\Sigma = \{a\}$.
3. $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ avec $\Sigma = \{a, b\}$.
4. $L = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ avec $\Sigma = \{a, b, c\}$.
5. $L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ avec $\Sigma = \{0, 1\}$.
6. $L = \{w\#w' \mid w, w' \in \{0, 1\}^* \text{ et } w' = w + 1\}$ avec $\Sigma = \{0, 1, \#\}$, c'est-à-dire w' est un nombre binaire égal à l'incrémentation du nombre binaire représenté par w.