Interrogation 01 – Définitions – mardi 22/02/2022

45 minutes, **documents non-autorisés.** Ce sujet comporte **2 pages** et **4 exercices**.

Nom : ....

Prénom : ....

Numéro étudiant : ....

Exercice 1. *Réduction (5 points)*

✎ Donner la définition d'une réduction many-one Turing de A vers B.

Exercice 2. *Texte à choix multiple (6 points)*

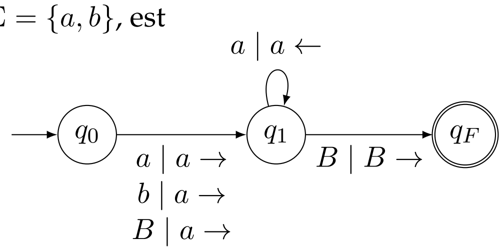
Compléter les phrases suivantes en cochant **une seule case** par choix multiple.
Chaque bonne réponse donne $+1$ point, chaque mauvaise réponse donne $-\frac{1}{2}$ point.

1. L'ensemble des mots $w \in \{a, b\}^*$ qui commencent par la lettre a, est

   ☐ une instance calculable ☐ une famille close par union ☐ un langage décidable

2. Le langage reconnu par la machine ci-contre, sur $\Sigma = \{a, b\}$, est

   ☐ $L = \{aaw \mid w \in \Sigma^*\}$
   ☐ $L = \{aaw \mid w \in \Sigma^*\} \cup \{baw \mid w \in \Sigma^*\} \cup \{\epsilon\}$
   ☐ $L = \{xaw \mid x \in \Sigma$ et $w \in \Sigma^*\}$



3. Il est possible qu'un langage soit

   ☐ décidable mais non semi-décidable ☐ semi-décidable mais non décidable
   ☐ décidable mais de complémentaire non semi-décidable

4. Pour une machine M et un mot w, si $M(w) \uparrow$ alors $M(w)$ est

   ☐ la valeur du résultat de M sur l'entrée w ☐ égal à $\textbf{halt}(\langle M \rangle, w)$ ☐ indéfini

5. Pour une machine M avec états $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_F\}$, alphabet d'entrée $\Sigma = \{a, b\}$, symbole blanc B, telle que $\delta(q_0, a) = \delta(q_0, B) = (q_1, b, R)$, et $\delta(q_0, b)$ indéfini, on a toujours

   ☐ $\epsilon \in L(M)$ ☐ $\{aw \mid w \in L(M)\} \subseteq L(M)$ ☐ $L(M) \cap \{bw \mid w \in \Sigma^*\} = \emptyset$

6. Soit $\Sigma = \{0, 1\}$ et une machine M. Le code de M, noté $\langle M \rangle$, est

   ☐ un langage de Σ^* ☐ un sous-ensemble de Σ^* ☐ un élément de Σ^*

Exercice 3. *Théorème de l'arrêt (9 points)*

✎ Démontrer le théorème de l'arrêt, énoncé ci-dessous.

Théorème. La fonction **halt** : $(\langle M \rangle, w) \mapsto \begin{cases} 0 \text{ si } M(w) \uparrow \\ 1 \text{ sinon} \end{cases}$ n'est pas calculable.

Exercice 4. *Langages finis (Bonus 4 points)*

✎ Expliquer pourquoi tout langage comportant un nombre fini de mots est décidable.