

---

**Examen session 2 – Calculabilité (SIN6U05L)**


---

**Durée :** 1 heure*(Barème indicatif)***Documents :** autorisés**Exercice 1.***Machine de Turing (8 points)*

1. Dessiner l'automate d'une machine de Turing qui reconnaît le langage suivant et qui s'arrête sur toute entrée :

$$L_1 = \left\{ w_1 w_2 \dots w_n \in \{a, b\}^* \mid n \geq 4, \text{ et } n \equiv 0 \pmod{4}, \text{ et } w_2 = b \right\}$$

(rappel :  $n \equiv a \pmod{b} \iff \exists k \in \mathbb{N} : n = a + kb$ ).

2. Expliquer en une ou deux phrases comment ajouter des transitions et états à votre machine de Turing de la question 1 afin d'obtenir le comportement suivant, lorsqu'on la lance sur un mot  $w$  :

« le calcul s'arrête si et seulement si  $w$  est accepté ».**Exercice 2.***Réduction many-one Turing (8 points)*Rappel :  $L_{\text{halte}\epsilon} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ s'arrête quand on la lance sur l'entrée vide } \epsilon \}$  n'est pas décidable.

1. Soit  $L_2 = \{ \langle M \rangle \# w \mid wa \in L(M) \}$ , avec  $wa$  la concaténation du mot  $w$  et de la lettre  $a$ . Démontrer que  $L_2$  n'est pas décidable en utilisant une réduction depuis  $L_{\text{halte}\epsilon}$ .

**Exercice 3.***Compréhension (4 points)*

1. Pourquoi l'ensemble  $Q$  des états d'une machine de Turing doit-il contenir un nombre fini d'éléments? (C'est-à-dire  $|Q| \in \mathbb{N}$ .) Argumenter.
2. Donner un exemple de langage  $L_3$  (autre que  $L_u$ ) qui est semi-décidable et non décidable. Argumenter.