

---

**TD 4 – Langages λογικός**


---

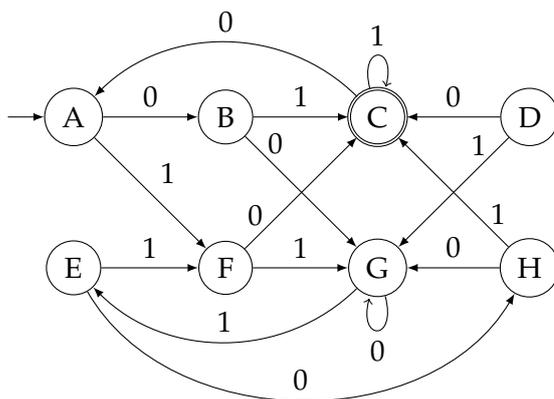
**Définition.** Soit  $P$  une partition.  $q$  et  $q'$  sont séparables relativement à  $P$  s’il existe  $a$  et  $\delta(q, a)$  et  $\delta(q', a)$  qui ne sont pas dans le même ensemble de la partition.

Algorithme pour trouver les paires distinguables :

- Éliminer les états non accessibles depuis l’état initial.
- Partition de départ :  $F, Q \setminus F$
- Répéter jusqu’à obtenir 2 fois la même partition
  - pour chaque couple d’états  $(q, q')$  du même sous-ensemble de la partition, regarder s’ils sont séparables et dans ce cas, raffiner la partition.

**Exercice 1.***Automate  $\rightarrow$  Automate*

1. Écrire un algorithme qui minimise un automate déterministe.
2. Faire tourner l’algorithme sur l’exemple suivant :



3. Montrer que l’algorithme s’arrête (en au plus  $Q^4$  étapes).
4. Montrer que l’automate obtenu est bien équivalent à l’automate initial.
5. Montrer que l’automate obtenu est minimal.
6. Application : Trouver un algorithme pour déterminer si deux expressions rationnelles reconnaissent le même langage.

**Exercice 2.***Incohérence...*

1. Trouver un langage non régulier qui passe le lemme de l’étoile.
2. En conclure que le lemme de l’étoile est faux.

**Exercice 3.**

*Trouver de la place*

1. Soit  $A$  un langage régulier infini. Prouvez qu'on peut scinder  $A$  en deux sous-ensembles réguliers infinis.

Soient  $B$  et  $D$  deux langages. On note  $B \Subset D$  si  $B \subseteq D$  et  $D \setminus B$  est infini.

2. Montrez que pour tous langages réguliers  $B$  et  $D$  tels que  $B \Subset D$  il existe un langage  $C$  régulier tel que  $B \Subset C \Subset D$ .