TD 07 – Révisions

Exercice 1. *ARS*

Pour un système de réécriture, montrer que la *confluence locale* n'implique pas la *confluence*.

Exercice 2. *Hiérarchie de Chomsky*

Indiquez (en justifiant [1]) le type des langages suivants

1. le langage constitué par les écritures des nombres rationnels sous la forme $a/b,\ a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{N} - \{0\}$, a et b écrits en base 10.
2. $L = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$
3. $L = \{a^n b^k | n \geq k\}$
4. $L = \{b^i a^n b^n | i > 0, n \geq 0\}$
5. $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$
6. $L = \{a^n | n \text{ premier}\}$ est-il régulier ?
7. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ qui n'ont pas trois a consécutifs.
8. $L = \{uv\overline{u} | u, v \in \{a, b\}^+\}$

Exercice 3. *Divide and Conquer*

Soit L un langage rationnel infini.

✎ Montrer qu'il existe une famille infinie $(L_i)_{i \in \mathbb{N}}$ de langages rationnels infinis deux à deux disjoints telle que $L = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i$

Définition. Une grammaire contextuelle $G = (V, \Sigma, P, S)$ est sous *forme normale de Kuroda* si toutes ses règles sont de la forme (i) $S \to SB$, (ii) $CD \to EF$, (iii) $G \to H$, (iv) $A \to a$ où $A, B, C, D, E, F, H \in V \setminus \{S\}, G \in V$, $A \in \Sigma$.

Exercice 4. *Forme normale de Kuroda*

✎ Montrer que toute grammaire contextuelle est équivalente à une grammaire sous forme normale de Kuroda. **Indication.** Partant d'une grammaire $G = (V, \Sigma, P, S)$ dont les productions sont soit de la forme $\alpha \to \beta$ avec $2 \geq |\beta| \geq |\alpha| \geq 0$ et $\alpha, \beta \in V^\star$ soit de la forme $A \to a$ avec $A \in V$ et $a \in \Sigma$, construire une nouvelle grammaire $G' = (V \cup \{S', Q\}, \Sigma, P', S')$ sous forme normale de Kuroda, où Q sert à compléter les règles $\alpha \to \beta$ qui ne sont d'aucune des formes (i) à (iii).

Exercice 5. *dangling else*

$Stmt \to$ **if** $expr$ **then** $Stmt$ | **if** $expr$ **then** $Stmt$ **else** $Stmt$ | $stmt$

1. Montrer que cette grammaire est ambiguë.
2. Proposer une grammaire non ambiguë pour le même langage.

[1] d'une manière générale, on montrera qu'un langage de type x est généré par une grammaire de type x mais pas par une grammaire de type $x + 1$.