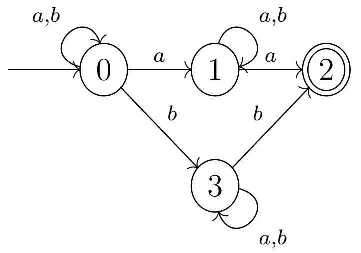
Université de Provence LST 2ème année

# Langages et Automates
# Examen du 5 janvier 2009

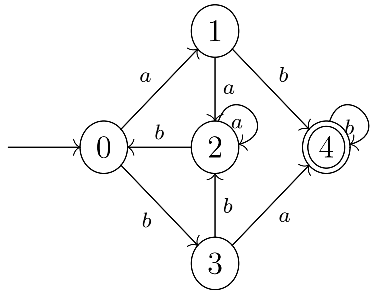
Durée : 2h - Documents interdits

*Les 5 exercices sont indépendants.*

**1. Déterminisation.** Déterminiser l'automate suivant et dessiner le graphe de l'automate déterministe obtenu.




**2. De l'automate à l'expression régulière.** Poser et résoudre le système d'équations régulières associé à l'automate $\mathcal{A}$ ci-dessous. En déduire une expression régulière dénotant $L(\mathcal{A})$.

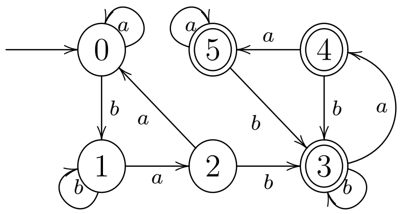



**3. Critères de régularité.** Étant donnés deux mots $u$ et $x$, on note $|u|_x$ le nombre d'occurences du mot $x$ dans le mot $u$. Par exemple : $|1011|_{11} = 1$ et $|attototo|_{toto} = 2$.

$i)$ Prouver que le langage $\{w \in \{a,b\}^* \ : \ |w|_{ab} = |w|_{ba}\}$ est régulier.

$ii)$ Prouver que le langage $\{w \in \{a,b\}^* \ : \ |w|_a = |w|_b\}$ n'est pas régulier.

**4. Minimisation.** Minimiser l'automate déterministe suivant avec l'algorithme vu en cours et dessiner le graphe de l'automate minimal obtenu.




**5. Langages réguliers sur un alphabet à une lettre.** Un ensemble d'entiers $X \subset \mathbb{N}$ est dit *ultimement périodique* s'il existe $n, p \in \mathbb{N}$ tels que :

$$\forall x \geq n \ : \ x \in X \Rightarrow x + p \in X.$$

Montrer que tout langage régulier sur l'alphabet $\{a\}$ est de la forme $\{a^i \mid i \in X\}$ où $X$ est un ensemble d'entiers ultimement périodique.

(*Indication : observer la forme générale du graphe d'un AFD d'alphabet* $\{a\}$.)