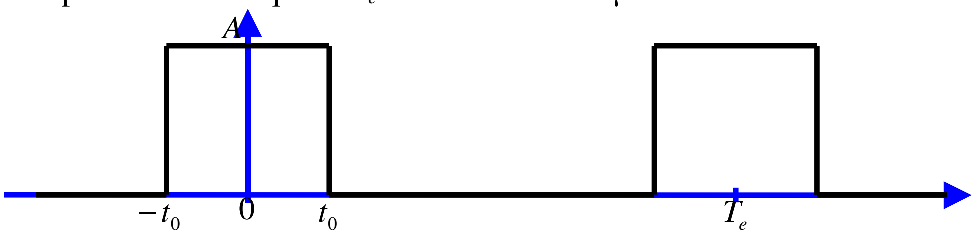
TD 2

Échantillonnage et conversion analogique numérique

Exercice 1. On considère un signal $s(t)=\sin(2\pi f_0 t)$. Illustrer graphiquement les effets du sous échantillonnage lorsque $F_e = \frac{3}{2} f_0$ (dans le domaine temporel et fréquentiel). Même question avec $F_e = \frac{1}{2} f_0$.

Exercice 2. Déterminer le spectre associé au signal de commande $K(t)$ d'un échantillonneur d'amplitude comprise entre 0 et A=1 V, de période T_e et de durée haute t_0. Faire les calculs des amplitudes des 8 premières raies quand T_e=10 kHz et t0=20 µs.



Exercice 3. On veut numériser un signal de la forme $X(t)=A\sin(2\pi f_0 t)$ avec A=5 V et f_0=1 kHz. Le signal de commande $K(t)$ est celui de l'exercice 2.

a) Donner l'expression du signal $X_e(t)$ pendant la période t_0 dite durée d'acquisition, et pendant la durée T_e-t_0. Tracer le signal échantillonné $X_e(t)$.
b) Rappeler les allures des spectres associés aux signaux $X(t)$ et $K(t)$. En déduire sans calculs mais à l'aide du cours le spectre du signal échantillonné $X_e(t)$.
c) Comment se modifie le spectre de Xe(t) lorsque f0=3 kHz puis 6 kHz ? Conclure quant aux contraintes sur l'échantillonnage de X(t). Quel type de filtre doit-on placer en entrée d'un système numérique (préciser numériquement) ?

Exercice 4. On considère un signal modulé en amplitude dont l'expression est la suivante :

$$X(t) = A[1+M\sin(2\pi f_M t)]\sin(2\pi f_P t)$$

avec A=*10* V, f_P=*166* kHz, f_M=*4* kHz et M=0,6.

a) Tracer le spectre associé à ce signal
b) Tracé le spectre du signal échantillonné $X_e(t)$ associé à $X(t)$, en supposant que l'échantillonnage est idéal ($t_0 \to 0$). Combien doit-on prendre d'échantillons par secondes au minimum ?

Exercice 5. La puissance d'un signal numérique aléatoire stationnaire est par définition sa covariance. Quel est le rapport signal sur bruit (en dB) du signal numérique échantillonné avec la période T_e et défini par $x(n) = s(n) + \sigma W(n)$ où le premier terme $s(n) = A\sqrt{2}\cos(2\pi f_0 n T_e)$ désigne le signal, le second terme désigne le bruit, $W(n)$ étant un bruit blanc. Pour simplifier, on calculera la puissance du signal $s(n)$ en l'approchant par la puissance du signal continu $S(t)$ (rép. $20\log_{10}\frac{A}{\sigma}$).

Exercice 6. On considère un CAN sur *N* bits pour une plage de valeurs entre $-V_0$ et $+V_0$. On notera *q* le *quantum* correspondant à la différence entre deux valeurs numériques consécutives. On veut déterminer la puissance du bruit de quantification. Pour cela, on supposera que le signal d'entrée prend des valeurs au hasard dans la plage de fonctionnement du CAN. Pour des raisons de symétrie, il suffit de considérer la variable aléatoire *X* de loi uniforme sur $\left[-\frac{q}{2}, \frac{q}{2}\right]$ et qui sera arrondie par le CAN à la valeur *0*. La puissance du bruit de quantification est la variance de *X*.

a) Montrer que cette puissance vaut $\sigma^2 = \frac{1}{12}q^2$.

Les signaux audio stéréo sont numérisés sur 16 bits à la fréquence d'échantillonnage F_e=44,1 kHz.

b) Déterminer le rapport signal sur bruit en dB pour une sinusoïde à pleine échelle. Montrer en particulier que quand on augmente *N* d'un bit, on augmente $(S/B)_{dB}$ de *+6*.

On peut stocker 700Mo sur un CD.

c) Retrouver la durée maximale d'un CD audio.

Exercice 7. On considère un signal audio dont le spectre s'étend de 300 Hz à 3300 Hz. Echantillonné à la fréquence d'échantillonnage F_e=8000 Hz. Le rapport S/B en sortie est de 40dB et la dynamique du signal varie de 0 à -30 dB.

a) Sur combien de bits doit-on quantifier le signal pour ne pas faire diminuer le rapport signal sur bruit ?
b) Quel débit binaire doit-on avoir pour pouvoir transmettre le signal numérique en temps réel ?