

Examen de 2ème session du module RFIDEC

Christophe Gonzales

Durée : 2 heures

Seuls documents autorisés :

Les transparents de cours. Calculatrices autorisées.

Exercice A (6 points)

Soit quatre variables aléatoires X, Y, Z, T , de modalités respectives $\{x_1, x_2\}$, $\{y_1, y_2\}$, $\{z_1, z_2\}$ et $\{t_1, t_2\}$. La probabilité jointe de ces quatre variables est fournie dans le tableau suivant :

	y_1				y_2			
	z_1		z_2		z_1		z_2	
	t_1	t_2	t_1	t_2	t_1	t_2	t_1	t_2
x_1	0,0192	0,1728	0,0384	0,0096	0,0768	0,0512	0,0160	0,0160
x_2	0,0144	0,1296	0,0288	0,0072	0,2016	0,1344	0,0420	0,0420

Q A.1 Déterminez si T est indépendant de X conditionnellement au couple de variables

(Y, Z) . Vous justifierez bien évidemment votre réponse.

Q A.2 Déterminez si Z est indépendant du couple (X, Y) . Vous justifierez bien évidemment votre réponse.

Q A.3 Sachant que X n'est pas indépendant de Y , quel est le réseau bayésien représentant la loi jointe des variables X, Y, Z, T .

Exercice B (4 points)

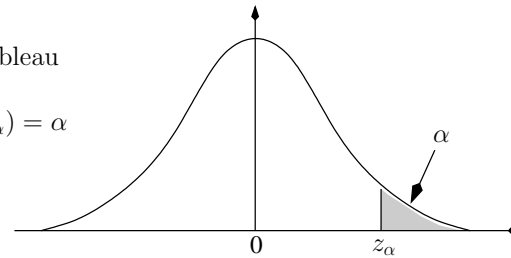
Un phénomène physique est mesuré sur une échelle allant de $-\infty$ à $+\infty$. On a mesuré 100 occurrences du phénomène. Ces mesures étant imprécises, on les a reporté dans les intervalles suivants :

intervalle	$] - 3, -1.5]$	$] - 1.5, 0]$	$]0, 2[$	$[2, 3.5[$	$[3.5, 5[$
occurrences	1	12	67	18	2

Q B.1 Grâce à un test d'ajustement de niveau de confiance 90%, déterminez si le phénomène suit une loi normale $\mathcal{N}(1, 1)$.

Table de la loi normale

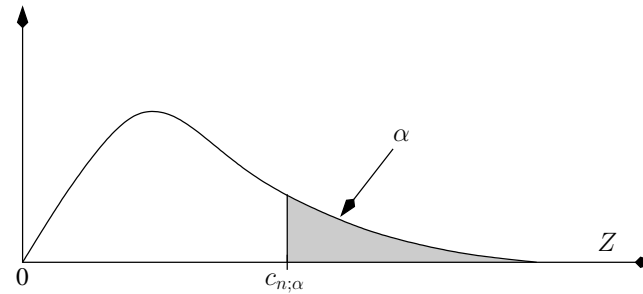
valeurs dans le tableau
ci-dessous : les α
tels que $P(Z > z_\alpha) = \alpha$



z_α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2297	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0859	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0466	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143

Table de la loi du χ^2

valeurs dans le tableau
ci-dessous : les $c_{n;\alpha}$
tels que $P(Z > c_{n;\alpha}) = \alpha$



$n \setminus \alpha$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0
1	0,0000393	0,000157	0,000982	0,00393	0,0158	2,71	3,84	5,02	6,63	7
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21	1
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,3	1
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	7,78	9,49	11,1	13,3	1
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	9,24	11,1	12,8	15,1	1
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	10,6	12,6	14,4	16,8	1
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	12,0	14,1	16,0	18,5	2
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,4	15,5	17,5	20,1	2
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,7	16,9	19,0	21,7	2
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	16,0	18,3	20,5	23,2	2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,3	19,7	21,9	24,7	2
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,5	21,0	23,3	26,2	2
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,8	22,4	24,7	27,7	2
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,1	23,7	26,1	29,1	3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,3	25,0	27,5	30,6	3
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,5	26,3	28,8	32,0	3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	24,8	27,6	30,2	33,4	3
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	26,0	28,9	31,5	34,8	3
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	27,2	30,1	32,9	36,2	3
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	28,4	31,4	34,2	37,6	4
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	29,6	32,7	35,5	38,9	4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	30,8	33,9	36,8	40,3	4