

Examen de 2ème session du module RFIDEC*Christophe Gonzales*

Durée : 2 heures

*Seuls documents autorisés :**Les transparents de cours. Calculatrices autorisées.***Exercice A (5 points)**

On a observé le nombre d'occurrences de pannes d'appareils électroniques au cours des 3 dernières années :

2	7	3	4	1	3	5	5	3	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Q A.1 On suppose que la distribution du nombre d'occurrences des pannes suit une loi de Poisson. Rappel : si une variable aléatoire X suit une loi de Poisson de paramètre λ , alors $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$. En utilisant l'échantillon ci-dessus, estimez par maximum de vraisemblance la valeur de λ .

Q A.2 On a maintenant un *a priori* sous la forme d'une loi Gamma de densité $g(x) = \frac{10^{11}}{\Gamma(11)} x^{10} e^{-10x}$. Estimez par maximum a posteriori la valeur de λ .

Exercice B (5 points)

Le propriétaire X d'une maison possède une alarme (détecteur de bruit) afin de protéger celle-ci. D'après son constructeur, lorsqu'il y a cambriolage, il y a 80% de chances pour que l'alarme se déclenche et il y a 10% de chances qu'elle le fasse lorsqu'il n'y a pas cambriolage. Par ailleurs, d'après la préfecture de police, dans ce quartier, une maison a statistiquement 5% de chances d'être cambriolée. Enfin, des mesures sonores prises par la mairie ont montré qu'à tout moment de la journée, il y a 10% de chances pour qu'on entende une alarme dans ce quartier.

Q B.1 Monsieur X est proche de chez lui et entend son alarme se déclencher. Il se demande alors quelle est, dans ces conditions, la probabilité qu'il y ait effectivement un cambrioleur chez lui. Écrivez la formule correspondant à cette probabilité, puis calculez sa valeur.

Q B.2 Monsieur Y , le voisin de monsieur X , observe souvent la rue pour passer le temps et, s'il voit un cambrioleur chez X , il s'empresse de lui téléphoner. Les cambrioleurs peuvent être très discrets, aussi n'y a-t-il que 60% de chances que Y voit ceux-ci lorsqu'il y a cambriolage chez X . De temps à autre, Y croit voir des cambrioleurs alors qu'il n'y en a pas. Cela arrive environ 20% du temps. Enfin, Y étant sourd, il ne peut entendre l'alarme de monsieur X lorsque celle-ci se déclenche, ce qui implique que, conditionnellement au fait qu'il y ait cambriolage chez X ou non, il y a indépendance entre le déclenchement de l'alarme et les coups de téléphone de Y . Juste après avoir entendu son alarme se déclencher,

monsieur X reçoit un coup de téléphone de son voisin le prévenant qu'il croit voir un cambrioleur. Quelle est, dans ces conditions, la probabilité qu'il y en ait effectivement un? Vous écrirez d'abord la formule de cette probabilité avant d'en donner une valeur numérique.