

Examen de 2ème session du module RFIDEC*Christophe Gonzales*

Durée : 2 heures

*Seuls documents autorisés :**Les transparents de cours. Calculatrices autorisées.***Exercice A (4 points)**

On souhaite comparer l'efficacité de deux médicaments censés combattre la même maladie. Le premier médicament est générique et son prix est réduit, le deuxième est un médicament de marque de prix beaucoup plus élevé. La Sécurité Sociale a effectué une enquête sur les guérisons obtenues grâce à chacun de ces médicaments. Le nombre de guérisons et de non guérisons (sur les 250 personnes testées) sont consignés dans le tableau ci-dessous :

| | générique | marque |
|---------------|-----------|--------|
| guérisons | 44 | 156 |
| non guérisons | 6 | 44 |

À un niveau de risque de 5%, peut-on estimer que le taux de guérison dépend du médicament (générique ou marque)? Justifiez votre réponse mathématiquement.

Exercice B (6 points)

Soit X une variable aléatoire définie sur l'ensemble des nombres entiers positifs. On sait que X suit la loi géométrique de paramètre $p \in [0, 1]$ si $P(X = n) = (1 - p)^{n-1}p$. On a observé 7 réalisations (obtenues indépendamment les unes des autres) d'une variable X suivant la loi géométrique :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 8 | 3 | 4 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|

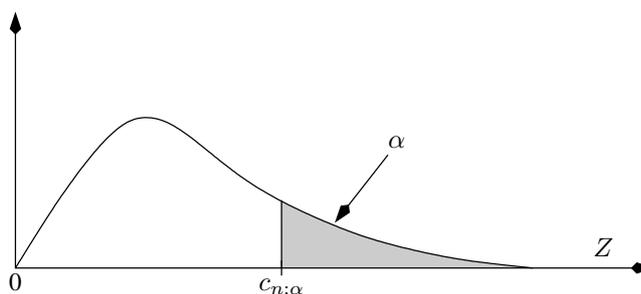
 .

Q B.1 Estimez par maximum de vraisemblance la valeur du paramètre $\theta = p$ de la loi.

Q B.2 Avant le tirage de l'échantillon, nous avons une connaissance a priori sur le paramètre θ : ce dernier suivait a priori une loi Beta de paramètres $a = \alpha$ et $b = 2$. Sachant que l'estimation du paramètre $\theta = p$ par maximum a posteriori est égale à 0,16, quelle était la valeur de α ?

Table de la loi du χ^2

valeurs dans le tableau
ci-dessous : les $c_{n;\alpha}$
tels que $P(Z > c_{n;\alpha}) = \alpha$



| $n \setminus \alpha$ | 0,995 | 0,99 | 0,975 | 0,95 | 0,90 | 0,10 | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 |
|----------------------|-----------|----------|----------|---------|--------|------|------|-------|------|-------|
| 1 | 0,0000393 | 0,000157 | 0,000982 | 0,00393 | 0,0158 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 7,88 |
| 2 | 0,0100 | 0,0201 | 0,0506 | 0,103 | 0,211 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 10,6 |
| 3 | 0,0717 | 0,115 | 0,216 | 0,352 | 0,584 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,3 | 12,8 |
| 4 | 0,207 | 0,297 | 0,484 | 0,711 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,1 | 13,3 | 14,9 |
| 5 | 0,412 | 0,554 | 0,831 | 1,15 | 1,61 | 9,24 | 11,1 | 12,8 | 15,1 | 16,7 |
| 6 | 0,676 | 0,872 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,6 | 12,6 | 14,4 | 16,8 | 18,5 |
| 7 | 0,989 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,0 | 14,1 | 16,0 | 18,5 | 20,3 |
| 8 | 1,34 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,4 | 15,5 | 17,5 | 20,1 | 22,0 |
| 9 | 1,73 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,7 | 16,9 | 19,0 | 21,7 | 23,6 |
| 10 | 2,16 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 16,0 | 18,3 | 20,5 | 23,2 | 25,2 |
| 11 | 2,60 | 3,05 | 3,82 | 4,57 | 5,58 | 17,3 | 19,7 | 21,9 | 24,7 | 26,8 |
| 12 | 3,07 | 3,57 | 4,40 | 5,23 | 6,30 | 18,5 | 21,0 | 23,3 | 26,2 | 28,3 |
| 13 | 3,57 | 4,11 | 5,01 | 5,89 | 7,04 | 19,8 | 22,4 | 24,7 | 27,7 | 29,8 |
| 14 | 4,07 | 4,66 | 5,63 | 6,57 | 7,79 | 21,1 | 23,7 | 26,1 | 29,1 | 31,3 |
| 15 | 4,60 | 5,23 | 6,26 | 7,26 | 8,55 | 22,3 | 25,0 | 27,5 | 30,6 | 32,8 |
| 16 | 5,14 | 5,81 | 6,91 | 7,96 | 9,31 | 23,5 | 26,3 | 28,8 | 32,0 | 34,3 |
| 17 | 5,70 | 6,41 | 7,56 | 8,67 | 10,1 | 24,8 | 27,6 | 30,2 | 33,4 | 35,7 |
| 18 | 6,26 | 7,01 | 8,23 | 9,39 | 10,9 | 26,0 | 28,9 | 31,5 | 34,8 | 37,2 |
| 19 | 6,84 | 7,63 | 8,91 | 10,1 | 11,7 | 27,2 | 30,1 | 32,9 | 36,2 | 38,6 |
| 20 | 7,43 | 8,26 | 9,59 | 10,9 | 12,4 | 28,4 | 31,4 | 34,2 | 37,6 | 40,0 |
| 21 | 8,03 | 8,90 | 10,3 | 11,6 | 13,2 | 29,6 | 32,7 | 35,5 | 38,9 | 41,4 |
| 22 | 8,64 | 9,54 | 11,0 | 12,3 | 14,0 | 30,8 | 33,9 | 36,8 | 40,3 | 42,8 |
| 23 | 9,26 | 10,2 | 11,7 | 13,1 | 14,8 | 32,0 | 35,2 | 38,1 | 41,6 | 44,2 |
| 24 | 9,89 | 10,9 | 12,4 | 13,8 | 15,7 | 33,2 | 36,4 | 39,4 | 43,0 | 45,6 |
| 25 | 10,5 | 11,5 | 13,1 | 14,6 | 16,5 | 34,4 | 37,7 | 40,6 | 44,3 | 46,9 |
| 26 | 11,2 | 12,2 | 13,8 | 15,4 | 17,3 | 35,6 | 38,9 | 41,9 | 45,6 | 48,3 |
| 27 | 11,8 | 12,9 | 14,6 | 16,2 | 18,1 | 36,7 | 40,1 | 43,2 | 47,0 | 49,6 |
| 28 | 12,5 | 13,6 | 15,3 | 16,9 | 18,9 | 37,9 | 41,3 | 44,5 | 48,3 | 51,0 |
| 29 | 13,1 | 14,3 | 16,0 | 17,7 | 19,8 | 39,1 | 42,6 | 45,7 | 49,6 | 52,3 |
| 30 | 13,8 | 15,0 | 16,8 | 18,5 | 20,6 | 40,3 | 43,8 | 47,0 | 50,9 | 53,7 |