

Premier examen réparti du module RFIDEC

C. Gonzales

Durée : 2 heures

Seuls documents autorisés :

Une page format A4. Calculatrices autorisées.

Exercice 1 (5 pts)

Un fabricant d'ampoules « basse consommation » affirme que la durée de vie de ses ampoules est de 2 ans et demi. Un échantillon de 1000 ampoules a été testé et les durées de vie constatées (en dizaines d'années) ont été reportées dans le tableau ci-dessous :

durée (dizaines d'années)	0.05	0.1	0.2	0.25	0.3	0.35
nombre d'ampoules	200	100	300	100	200	100

Q 1.1 À partir de cet échantillon, faites une estimation ponctuelle de la moyenne et de la variance de la population « ensemble des ampoules du fabricant ». Vous détaillerez les calculs permettant d'obtenir ces estimations.

Q 1.2 On sait que la durée de vie des ampoules de l'entreprise peut être modélisée par une loi exponentielle de densité $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$. Une telle loi a pour espérance $1/\lambda$ et pour

variance $1/\lambda^2$. Le fabricant se demande s'il ne trompe pas ses clients en affirmant que la durée de vie moyenne des ampoules est de 2 ans et demi. À l'aide d'un test d'hypothèse de niveau de confiance 95%, peut-on déduire qu'il abuse ses clients? Vous justifierez votre réponse.

Exercice 2 (5 pts)

On considère ici le même fabricant d'ampoules que celui de l'exercice 1. Sachant que la durée de vie d'une ampoule de l'entreprise est modélisée par une loi exponentielle de densité $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, estimez le paramètre λ par maximum de vraisemblance en vous appuyant sur l'échantillon ci-dessous. Vous détaillerez vos calculs.

durée (dizaines d'années)	0.05	0.1	0.2	0.25	0.3	0.35
nombre d'ampoules	200	100	300	100	200	100

Exercice 3 (5 pts)

Soit deux urnes A et B emplies de boules rouges et jaunes. L'urne A contient 20 boules rouges et 30 boules jaunes; l'urne B contient 10 boules rouges et 10 boules jaunes. On sélectionne au hasard une des deux urnes (tirage équiprobable) et, dans cette urne, on tire une boule au hasard. La boule est rouge. Déterminez la probabilité que la boule provienne de l'urne A .

Exercice 4 (5 pts)

Soit trois variables aléatoires X , Y , Z , de modalités respectives $\{x_1, x_2\}$, $\{y_1, y_2\}$ et $\{z_1, z_2\}$. La probabilité jointe de ces trois variables est fournie dans le tableau suivant :

	x_1		x_2	
	y_1	y_2	y_1	y_2
z_1	0,032	0,06	0,056	0,576
z_2	0,048	0,06	0,024	0,144

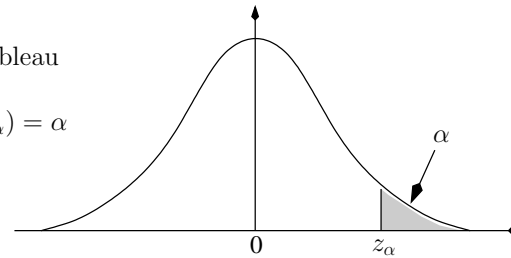
Q 4.1 Déterminez si X est indépendante de Y . Vous justifierez bien évidemment votre réponse.

Q 4.2 Déterminez si Z est indépendante de Y conditionnellement à X . Vous justifierez votre réponse.

Q 4.3 En déduire un réseau bayésien représentant les dépendances et indépendances que vous avez déterminées.

Table de la loi normale

valeurs dans le tableau
ci-dessous : les α
tels que $P(Z > z_\alpha) = \alpha$



z_α	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2297	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0859	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0466	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143