

# Premier examen réparti du module RFIDEC

*C. Gonzales*  
Durée : 2 heures

*Seuls documents autorisés :  
Les transparents de cours. Calculatrices autorisées.*

## Exercice 1 (7 pts)

La loi exponentielle est une loi continue dont la fonction de densité est :  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  pour tout  $x > 0$ . Elle sert, entre autres, pour caractériser la durée de vie des composants électroniques. Le tableau suivant recense les durées de vie (en années) observées pour un échantillon de 10 composants électroniques :

2	7	3	4	1	2	6	5	1	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Q 1.1** On suppose que la distribution des durées de vie est effectivement une loi exponentielle. Estimez par maximum de vraisemblance la valeur de  $\lambda$ .

**Q 1.2** Après discussion avec un expert en électronique, on a un *a priori* sous la forme d'une loi Gamma de densité  $g(x) = \frac{1}{\Gamma(5)} x^4 e^{-x}$ . Estimez par maximum a posteriori la valeur de  $\lambda$ .

## Exercice 2 (6 pts)

Soit trois variables aléatoires  $X, Y, Z$ , de modalités respectives  $\{x_1, x_2, x_3\}$ ,  $\{y_1, y_2\}$  et  $\{z_1, z_2\}$ . La probabilité jointe de ces trois variables est fournie dans le tableau suivant :

	$z_1$			$z_2$		
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$y_1$	0,012	0,048	0,06	0,126	0,042	0,252
$y_2$	0,018	0,072	0,09	0,084	0,028	0,168

**Q 2.1** Déterminez si  $X$  est indépendante de  $Y$ . Vous justifierez bien évidemment votre réponse.

**Q 2.2** Déterminez si  $X$  est indépendante de  $Y$  conditionnellement à  $Z$ . Vous justifierez votre réponse.

**Q 2.3** En déduire un réseau bayésien représentant les indépendances que vous avez déterminées.

## Exercice 3 (7 pts)

Un grand quotidien souhaite estimer la proportion de français opposés au projet de loi du gouvernement sur les retraites. Il commande donc une étude auprès d'un organisme de sondage. Celui-ci demande à des personnes dans la rue s'ils sont opposés ou non au projet. Le tableau ci-dessous recense 10 réponses : 0 signifie que l'on est « favorable » au projet et 1 signifie que l'on y est « opposé ».

1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Q 3.1** Donnez une estimation ponctuelle de la proportion de la population opposée à la loi sur les retraites.

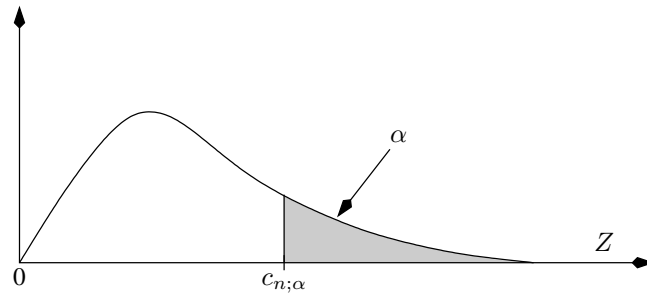
**Q 3.2** En utilisant un intervalle de confiance de niveau de confiance 95%, estimez la proportion de la population opposée à la loi sur les retraites.

**Q 3.3** Le gouvernement annonce que moins de 50% des gens sont opposés à la loi. En effectuant un test d'hypothèse de niveau de confiance 95%, pouvez-vous confirmer cette affirmation au vu de l'échantillon que vous observez ?



### Table de la loi du $\chi^2$

valeurs dans le tableau  
 ci-dessous : les  $c_{n;\alpha}$   
 tels que  $P(Z > c_{n;\alpha}) = \alpha$



$n \setminus \alpha$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	0,0000393	0,000157	0,000982	0,00393	0,0158	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7