

**Partiel du module RFIDEC***C. Gonzales*

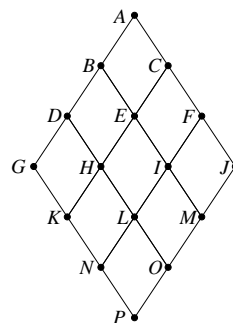
Durée : 2 heures

*Seuls documents autorisés :**Tous documents autorisés, sauf la copie et les brouillons des voisins.**Calculatrices, ordinateurs et téléphones portables interdits.***Exercice 1 (6 pts)**

Un robot doit se rendre du point  $A$  au point  $P$  en passant par les arêtes du graphe ci-dessous. Le robot est limité dans ses mouvements, aussi ne peut-il que descendre (par exemple, lorsqu'il est en  $E$ , il ne peut aller qu'en  $H$  ou en  $I$ , mais pas en  $B$ ). Lorsqu'il est sur un nœud du graphe, il peut descendre soit sur l'arête de gauche, soit sur celle de droite. Son programme lui fait choisir 7 fois sur 10 l'arête de gauche et 3 fois sur 10 celle de droite.

**Q 1.1** Calculez la probabilité que le robot passe en  $G$  pour aller vers  $P$ . Faites de même avec  $H$ ,  $I$ , et enfin  $J$ .

**Q 1.2** Soit  $X$  une variable aléatoire valant 0 si le robot est passé en  $G$ , 1 s'il est passé en  $H$ , 2 en  $I$  et 3 en  $J$ . Quelle est la loi de probabilité suivie par  $X$ ? Justifiez votre réponse.




---

## Exercice 2 (4 pts)

---

Soit trois variables aléatoires  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , ayant respectivement pour domaines  $\{x_1, x_2\}$ ,  $\{y_1, y_2\}$  et  $\{z_1, z_2\}$ . On a pu déterminer la probabilité jointe  $P(X, Y, Z)$  de ces 3 variables :

	$y_1$		$y_2$	
	$x_1$	$x_2$	$x_1$	$x_2$
$z_1$	0,060	0,140	0,060	0,140
$z_2$	0,192	0,048	0,288	0,072

Montrez que  $X$  est indépendante de  $Y$  conditionnellement à  $Z$ .

---

## Exercice 3 (5 pts)

---

Vous voulez investir à la bourse. Afin d'optimiser vos profits, vous relevez pendant 16

jours le cours du CAC40. Au début de ces deux semaines, celui-ci vaut 5715 points. Dans l'échantillon de 16 jours, le CAC40 vaut en moyenne 5726,025 points, avec un écart-type de 6 points. Vous ne voulez investir que si le CAC40 est à la hausse.

**Q 3.1** Sachant que la variable  $X =$  « valeur du CAC40 » suit une loi normale de variance 36, effectuez un test d'hypothèse de niveau de confiance 99% pour savoir si le CAC40 a augmenté. Vous préciserez bien les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ .

**Q 3.2** D'après le test précédent, peut-on conclure que le CAC40 a augmenté ?

**Q 3.3** Calculez la puissance du test pour  $\mu = 5726,025$ . Pour vous aider, vous pourrez supposer que si une variable  $Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$ , alors :

$$P(Y > -1) = 0,8413 \quad P(Y > -2) = 0,9772 \quad P(Y > -3) = 0,9986 \quad P(Y > -4) \approx 1$$

---

## Exercice 4 (5 pts)

---

Tirer des nombres aléatoires sur ordinateur est, contrairement à ce que l'on pourrait croire, une tâche assez complexe à réaliser. Un nouvel algorithme a été développé à cet effet et nous nous demandons si les nombres qu'il fournit sont bien aléatoires. Il nous faudra une batterie de tests pour pouvoir décider si l'algorithme est bon. Parmi ceux-ci, il en existe un relativement simple : supposons que l'algorithme ne nous fournit que des nombres entre 0 et 9. Si ces nombres sont vraiment tirés aléatoirement, alors en en tirant suffisamment, on

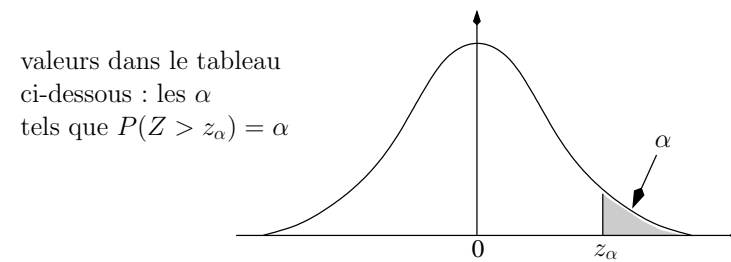
devrait se rapprocher d'une loi uniforme : probabilité 1/10ème de choisir n'importe quel nombre entre 0 et 9. On a donc exécuté l'algorithme 200 fois et on a obtenu les résultats suivants :

Valeur	effectif
0	14
1	24
2	18
3	20
4	23
5	13
6	23
7	18
8	24
9	23

**Q 4.1** Calculez la moyenne de l'échantillon.

**Q 4.2** À l'aide d'un test d'ajustement, testez si les nombres 0 à 9 sont distribués uniformément. Utilisez un niveau de test  $\alpha = 0,05$  (niveau de confiance du test = 95%).

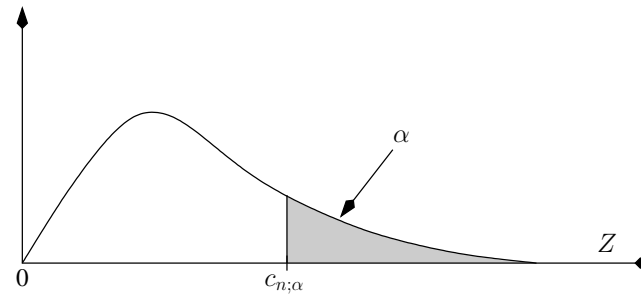
# Table de la loi normale



$z_\alpha$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2297	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0859	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0466	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143

# Table de la loi du $\chi^2$

valeurs dans le tableau  
ci-dessous : les  $c_{n;\alpha}$   
tels que  $P(Z > c_{n;\alpha}) = \alpha$



$n \setminus \alpha$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0
1	0,0000393	0,000157	0,000982	0,00393	0,0158	2,71	3,84	5,02	6,63	7
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21	1
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,3	1
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	7,78	9,49	11,1	13,3	1
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	9,24	11,1	12,8	15,1	1
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	10,6	12,6	14,4	16,8	1
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	12,0	14,1	16,0	18,5	2
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,4	15,5	17,5	20,1	2
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,7	16,9	19,0	21,7	2
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	16,0	18,3	20,5	23,2	2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,3	19,7	21,9	24,7	2
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,5	21,0	23,3	26,2	2
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,8	22,4	24,7	27,7	2
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,1	23,7	26,1	29,1	3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,3	25,0	27,5	30,6	3
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,5	26,3	28,8	32,0	3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	24,8	27,6	30,2	33,4	3
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	26,0	28,9	31,5	34,8	3
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	27,2	30,1	32,9	36,2	3
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	28,4	31,4	34,2	37,6	4
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	29,6	32,7	35,5	38,9	4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	30,8	33,9	36,8	40,3	4