

Partiel du module RFIDEC

C. Gonzales

Durée : 2 heures

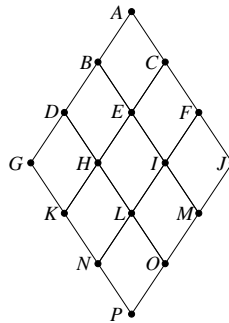
Seuls documents autorisés :

Tous documents autorisés, sauf la copie et les brouillons des voisins.

Calculatrices, ordinateurs et téléphones portables interdits.

Exercice 1 (6 pts)

Un robot doit se rendre du point A au point P en passant par les arêtes du graphe ci-dessous. Le robot est limité dans ses mouvements, aussi ne peut-il que descendre (par exemple, lorsqu'il est en E , il ne peut aller qu'en H ou en I , mais pas en B). Lorsqu'il est sur un nœud du graphe, il peut descendre soit sur l'arête de gauche, soit sur celle de droite. Son programme lui fait choisir 7 fois sur 10 l'arête de gauche et 3 fois sur 10 celle de droite.



Q 1.1 Calculez la probabilité que le robot passe en G pour aller vers P . Faites de même avec H , I , et enfin J .

Q 1.2 Soit X une variable aléatoire valant 0 si le robot est passé en G , 1 s'il est passé en H , 2 en I et 3 en J . Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2 (4 pts)

Soit trois variables aléatoires X , Y , Z , ayant respectivement pour domaines $\{x_1, x_2\}$, $\{y_1, y_2\}$ et $\{z_1, z_2\}$. On a pu déterminer la probabilité jointe $P(X, Y, Z)$ de ces 3 variables :

	y_1		y_2	
	x_1	x_2	x_1	x_2
z_1	0,060	0,140	0,060	0,140
z_2	0,192	0,048	0,288	0,072

Montrez que X est indépendante de Y conditionnellement à Z .

Exercice 3 (5 pts)

Vous voulez investir à la bourse. Afin d'optimiser vos profits, vous relevez pendant 16 jours le cours du CAC40. Au début de ces deux semaines, celui-ci vaut 5715 points. Dans l'échantillon de 16 jours, le CAC40 vaut en moyenne 5726,025 points, avec un écart-type de 6 points. Vous ne voulez investir que si le CAC40 est à la hausse.

Q 3.1 Sachant que la variable $X =$ « valeur du CAC40 » suit une loi normale de variance 36, effectuez un test d'hypothèse de niveau de confiance 99% pour savoir si le CAC40 a augmenté. Vous préciserez bien les hypothèses H_0 et H_1 .

Q 3.2 D'après le test précédent, peut-on conclure que le CAC40 a augmenté ?

Q 3.3 Calculez la puissance du test pour $\mu = 5726,025$. Pour vous aider, vous pourrez supposer que si une variable $Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$, alors :

$$P(Y > -1) = 0,8413 \quad P(Y > -2) = 0,9772 \quad P(Y > -3) = 0,9986 \quad P(Y > -4) \approx 1.$$

Exercice 4 (5 pts)

Tirer des nombres aléatoires sur ordinateur est, contrairement à ce que l'on pourrait croire, une tâche assez complexe à réaliser. Un nouvel algorithme a été développé à cet effet et nous nous demandons si les nombres qu'il fournit sont bien aléatoires. Il nous faudra une batterie de tests pour pouvoir décider si l'algorithme est bon. Parmi ceux-ci, il en existe un relativement simple : supposons que l'algorithme ne nous fournit que des nombres entre 0 et 9. Si ces nombres sont vraiment tirés aléatoirement, alors en en tirant suffisamment, on devrait se rapprocher d'une loi uniforme : probabilité 1/10ème de choisir n'importe quel nombre entre 0 et 9. On a donc exécuté l'algorithme 200 fois et on a obtenu les résultats suivants :

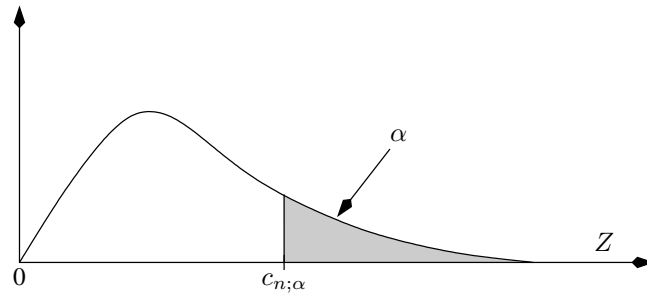
Valeur	effectif
0	14
1	24
2	18
3	20
4	23
5	13
6	23
7	18
8	24
9	23

Q 4.1 Calculez la moyenne de l'échantillon.

Q 4.2 À l'aide d'un test d'ajustement, testez si les nombres 0 à 9 sont distribués uniformément. Utilisez un niveau de test $\alpha = 0,05$ (niveau de confiance du test = 95%).

Table de la loi du χ^2

valeurs dans le tableau
 ci-dessous : les $c_{n;\alpha}$
 tels que $P(Z > c_{n;\alpha}) = \alpha$



$n \setminus \alpha$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	0,0000393	0,000157	0,000982	0,00393	0,0158	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6
3	0,0717	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9
5	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7
6	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5
7	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,1	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2
19	6,84	7,63	8,91	10,1	11,7	27,2	30,1	32,9	36,2	38,6
20	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0
21	8,03	8,90	10,3	11,6	13,2	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4
22	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
23	9,26	10,2	11,7	13,1	14,8	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2
24	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
25	10,5	11,5	13,1	14,6	16,5	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
27	11,8	12,9	14,6	16,2	18,1	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
29	13,1	14,3	16,0	17,7	19,8	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7