

MAITRISE D'INFORMATIQUE

Tronc Commun
EXAMEN D'ALGORITHMIQUE NUMÉRIQUE
Janvier 2002

Exercice 1 (??? points)

Soit le programme linéaire

$$\text{PL}^0 : \begin{cases} \text{MAX } 2x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} .$$

1°) a) Mettre PL^0 sous forme standard, PL^1 (on appellera x_3, x_4 et x_5 les variables d'écart).

b) On demande de vérifier que le tableau suivant est un tableau du simplexe de base B pour PL^1 :

$$\begin{array}{ccccc} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) \\ \left[\begin{array}{ccccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ - & - & - & - & - \\ 0 & -3 & 0 & -2 & 0 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} 3 \\ 1 \\ 3 \\ - \\ 6 \end{array} \right] \end{array}$$

Si c'est vrai, quelle est cette base B et est-elle réalisable?

c) Calculer par la méthode de Gauss-Jordan la matrice $[A^B]^{-1}$.

d) En déduire les éléments T, t, \bar{d} et $-\bar{f}$ du tableau du simplexe de base B :

$$\begin{bmatrix} T & t \\ \bar{d} & -\bar{f} \end{bmatrix}$$

2°) Résoudre PL^1 en appliquant directement la Phase II de l'algorithme du simplexe à partir du tableau de base B .

3°) a) Ecrire le dual PL^2 de PL^1 .

b) Calculer une solution optimale duale.