

MAITRISE D'INFORMATIQUE

Tronc Commun  
 EXAMEN D'ALGORITHMIQUE NUMÉRIQUE  
 Janvier 2002

**Exercice 1 (??? points)**

Soit le programme linéaire

$$\text{PL}^0 : \begin{cases} \text{MAX } 2x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} .$$

1°) a) Mettre  $\text{PL}^0$  sous forme standard,  $\text{PL}^1$  (on appellera  $x_3, x_4$  et  $x_5$  les variables d'écart).

b) On demande de vérifier que le tableau suivant est un tableau du simplexe de base  $B$  pour  $\text{PL}^1$ :

$$\begin{array}{ccccc} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) \\ \left[ \begin{array}{ccccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ - & - & - & - & - \\ 0 & -3 & 0 & -2 & 0 \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{c} 3 \\ 1 \\ 3 \\ - \\ 6 \end{array} \right] \end{array}$$

Si c'est vrai, quelle est cette base  $B$  et est-elle réalisable?

c) Calculer par la méthode de Gauss-Jordan la matrice  $[A^B]^{-1}$ .

d) En déduire les éléments  $T, t, \bar{d}$  et  $-\bar{f}$  du tableau du simplexe de base  $B$  :

$$\begin{bmatrix} T & t \\ \bar{d} & -\bar{f} \end{bmatrix}$$

2°) Résoudre  $\text{PL}^1$  en appliquant directement la Phase II de l'algorithme du simplexe à partir du tableau de base  $B$ .

3°) a) Ecrire le dual  $\text{PL}^2$  de  $\text{PL}^1$ .

b) Calculer une solution optimale duale.