

**Examen de 2ème session du module MODE**

*C. Gonzales / P. Weng*

Durée : 3 heures

*Seuls documents autorisés :*

*Une feuille de papier format A4 recto/verso.*

---

**Exercice A (3 pts – Mean Preserving Spread)**

---

Soit les deux loteries :

$$P = \langle (6; 0, 15), (14; 0, 15), (20; 0, 3), (30; 0, 1), (40; 0, 15), (50; 0, 1), (80; 0, 05) \rangle$$

$$Q = \langle (6; 0, 15), (11; 0, 1), (20; 0, 4), (40; 0, 25), (60; 0, 05), (80; 0, 05) \rangle$$

**Q A.1**  $P$  est-il un mean preserving spread de  $Q$  ?  $Q$  est-il un mean preserving spread de  $P$  ? Vous justifierez votre réponse.

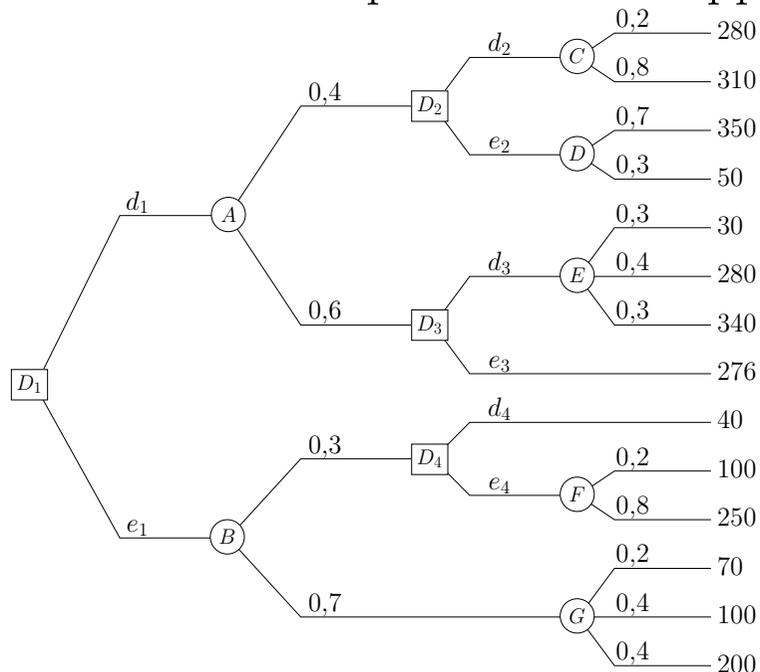
**Q A.2** Selon Rothschild et Stiglitz, un décideur adverse du risque préférerait-il  $P$  ou  $Q$  ?

---

**Exercice B (3 pts – Rank Dependent Utility)**

---

Soit l'arbre de décision suivant dans lequel sont notées sur les feuilles les utilités des conséquences, et sur les autres branches les probabilités d'apparition des événements :



On suppose que le décideur est maximisateur RDU et que sa fonction  $\varphi$  de déformation des probabilités est donnée dans le tableau suivant :

$p$	$\varphi(p)$										
0	0	0,18	0,4	0,2	0,45	0,24	0,5	0,28	0,53	0,3	0,57
0,32	0,58	0,35	0,6	0,4	0,62	0,46	0,68	0,5	0,7	0,52	0,72
0,56	0,75	0,6	0,76	0,64	0,8	0,68	0,83	0,7	0,85	0,74	0,86
0,8	0,87	0,82	0,9	0,86	0,92	0,88	0,93	0,92	0,95	1	1

**Q B.1** Quelles sont, selon RDU, les stratégies optimales dans les sous-arbres de racines  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$ ? Vous indiquerez la valeur RDU de ces stratégies.

**Q B.2** Quelle est, selon RDU, la stratégie optimale à la racine de l'arbre de décision? Vous indiquerez la valeur RDU de cette stratégie.

---

### Exercice C (4 points – Fonctions de croyance)

---

Afin de procéder à un sondage, une population a été divisée en 3 sous-populations  $A$ ,  $B$ , et  $C$  contenant chacune 100 personnes. Chaque individu devait donner son avis sur la qualité d'un produit ménager. Les avis sont classés en quatre catégories : (M)auvais, (P)assable, (B)on, (T)rès bon. Certaines personnes hésitaient entre plusieurs catégories, aussi le résultat du sondage est-il imprécis. Voici les résultats obtenus. Dans la population  $A$ , 30 personnes ont trouvé le produit (M)auvais, 10 pensent qu'il est (P)assable et les 60 autres personnes pensent qu'il est (B)on voire (T)rès bon. Dans la population  $B$ , 30 personnes pensent que le produit est (B)on, 30 autres l'ont trouvé (T)rès bon et le reste de la population a hésité entre (M)auvais et (P)assable. Enfin, dans la population  $C$ , 20 personnes ont jugé le produit de (M)auvaise qualité, 30 l'ont jugé (T)rès bon, et le reste de la population l'a jugé entre (P)assable et (B)on.

**Q C.1** Déterminez la fonction de croyance compatible avec ces informations.

**Q C.2** Calculez l'inverse de Möbius  $\phi$  de  $f$ .

**Q C.3** En se fondant sur le critère BEU, laquelle des trois décisions ci-dessous doit-on préférer :

- $d_1$  : on commercialise le produit à bas prix. Si le public trouve globalement que le produit est (M)auvais, ce sera un échec commercial (conséquence  $E$ ), sinon on aura un succès commercial (conséquence  $S$ ). Dans ce cas, la fonction d'utilité  $w_1$  du décideur est la suivante :

	$E$	$S$	$\{E, S\}$
$w_1$	0	100	70

- $d_2$  : on commercialise le produit à un prix moyen. Si le public trouve globalement que le produit est (M)auvais ou (P)assable, ce sera un échec commercial (conséquence  $E$ ), sinon on aura un succès commercial (conséquence  $S$ ). Dans ce cas, la fonction d'utilité  $w_2$  du décideur est la suivante :

	$E$	$S$	$\{E, S\}$
$w_2$	0	120	50

- $d_3$  : on commercialise le produit à un prix élevé. Si le public trouve globalement que le produit est (T)rès bon, ce sera un succès commercial (conséquence  $S$ ), sinon ce sera un échec commercial (conséquence  $E$ ). Dans ce cas, la fonction d'utilité  $w_3$  du décideur est la suivante :

	$E$	$S$	$\{E, S\}$
$w_3$	0	150	30