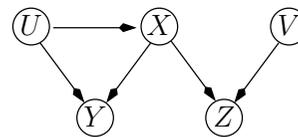


rattrapage du module MGDE

Durée : 2 heures

*Seuls documents autorisés :**Aucun document***Exercice 1 (5 points)**

La loi jointe $p(u, x, v, y, z)$ des 5 v.a. (U, X, V, Y, Z) admet le graphe d'indépendance G de la figure ci-dessous :



Q 1.1 L'ordre d'énumération sur les variables utilisé a été $UXVYZ$;

Comment $p(u, x, v, y, z)$ se décompose-t-elle ?

Quelles sont les relations d'indépendance et d'indépendance conditionnelle qui ont servi à construire le graphe ?

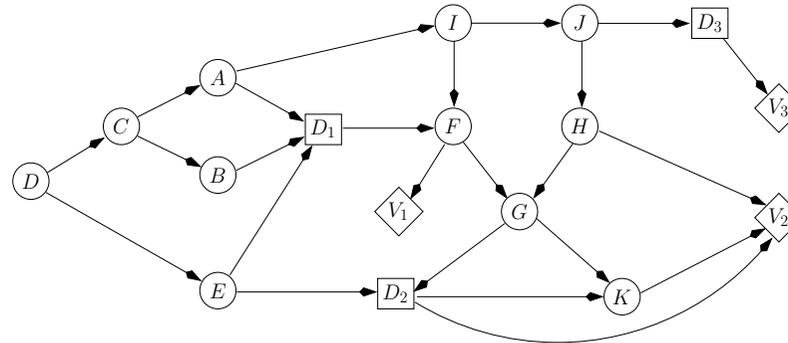
Q 1.2 Qu'est-ce que le critère de d-séparation permet d'affirmer concernant les propriétés suivantes :

$$V \perp\!\!\!\perp (X, Y) ? \quad U \perp\!\!\!\perp (V, X) ? \quad U \perp\!\!\!\perp V \mid (Y, Z) ?$$

$$U \perp\!\!\!\perp V \mid (X, Y)? \quad U \perp\!\!\!\perp V \mid (X, Y, Z)?$$

Exercice 2 (5 points)

On considère le diagramme d'influence ci-dessous :

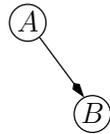


Q 2.1 Déterminez l'ordre partiel temporel \prec de ce diagramme d'influence, c'est-à-dire que vous indiquerez les ensembles D_k et I_k comme vu en cours.

Q 2.2 Déterminez un strong junction tree pour ce diagramme d'influence. Vous indiquerez la séquence d'élimination que vous aurez utilisée.

Exercice 3 (5 points)

Soit le réseau bayésien et la base de données (de taille 8) :



<i>A</i>	1	0	0	1	?	1	0	0
<i>B</i>	0	0	?	1	1	?	1	0

où

les '?' représentent des valeurs manquantes.

Q 3.1 Quels sont les paramètres du réseau bayésien ?

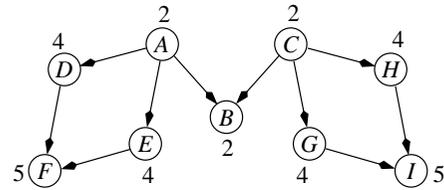
Q 3.2 Calculer les paramètres de ce réseau bayésien pour la base de données obtenues en retirant les lignes où il existe au moins une valeur manquante.

Q 3.3 Calculer, avec ces paramètres, la distribution de $P(A \mid B = 1)$. Était-il possible de calculer cette distribution directement dans la base ?

Q 3.4 Appliquer l'algorithme EM pour apprendre les paramètres de ce réseau avec la base entière (faire au plus 3 itérations de l'algorithme si la convergence n'est pas atteinte.).

Exercice 4 (5 points)

Soit le réseau bayésien suivant, où le nombre de modalités de chaque variable aléatoire est indiqué à côté du nœud correspondant :



Q 4.1 Triangulez ce réseau en utilisant la méthode de Kjærulff (la méthode vue en cours) et déduisez-en un arbre de jonction (vous dessinerez le graphe à chacune des étapes de l'algorithme et noterez les poids de Kjærulff à côté de chaque nœud).

Q 4.2 Quelle est la triangulation optimale ?