

Examen du module MGDE

Durée : 3 heures

*Seuls documents autorisés :
Aucun document***Exercice 1 (4 points) — Réseaux GAI**

Soit \succsim une relation de préférence sur $A \times B \times C \times D \times E \times F \times G \times H \times I \times J$ représentable par la fonction d'utilité :

$$u_1(A, B) + u_2(E, G) + u_3(B, C) + u_4(A, C) + u_5(C, D, E, F) + u_6(G, H) + u_7(G, I) + u_8(B, D, J).$$

Q 1.1 Construisez l'arbre GAI obtenu grâce à la séquence d'élimination $A, H, I, G, J, E, F, B, C$. Vous indiquerez à côté de chacune des cliques les utilités stockées dans celles-ci.

Q 1.2 Supposons que le couple (B, D) soit instancié à (b^0, d^0) . Quelles simplifications peut-on apporter au réseau GAI à partir de cette information ? Vous dessinerez le réseau simplifié et, là encore, vous indiquerez à côté de chacune des cliques les utilités stockées dans celles-ci.

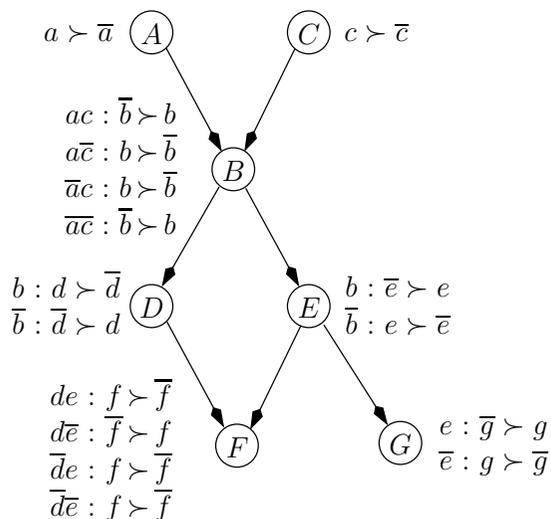
Q 1.3 On recherche l'élément X préféré sur l'hyperplan $(B, D) = (b^0, d^0)$. Indiquez sur le réseau GAI de la question Q 1.2 le contenu des messages que vous faites transiter pour

obtenir X .

Q 1.4 On rajoute à $(B, D) = (b^0, d^0)$ la contrainte supplémentaire $J = j^0$. Quelles modifications doit-on apporter aux messages de la question précédente pour obtenir l'élément préféré vérifiant ces contraintes ?

Exercice 2 (3 points) — CP-nets

Soit le CP-net de la figure ci-dessous :



Q 2.1 Quel est le n -uplet préféré du décideur selon le CP-net ?

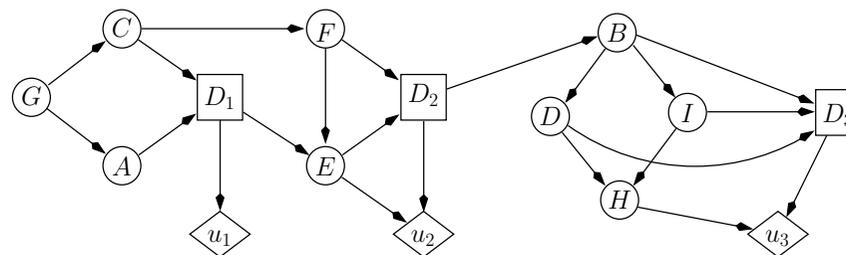
On balaie le graphe du haut vers le bas, et on instancie les attributs à leur meilleure valeur possible. L'élément préféré du décideur est donc : $\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}e f\bar{g}$.

Q 2.2 Prouvez que $\bar{a}\bar{b}c\bar{d}\bar{e}f\bar{g} \succ \bar{a}bcdefg$.

Partons de $\bar{a}bcdefg$. Conditionnellement à e , $\bar{g} \succ g$. Par conséquent, $\bar{a}bcdef\bar{g} \succ \bar{a}bcdefg$. De même, conditionnellement à b , $\bar{e} \succ e$. Donc $\bar{a}bcd\bar{e}f\bar{g} \succ \bar{a}bcdef\bar{g}$. On sait de plus que $a \succ \bar{a}$, donc $abcd\bar{e}f\bar{g} \succ \bar{a}bcd\bar{e}f\bar{g}$. Conditionnellement à ac , $\bar{b} \succ b$. Donc : $\bar{a}bcd\bar{e}f\bar{g} \succ abcd\bar{e}f\bar{g}$. Conditionnellement à \bar{b} , $\bar{d} \succ d$. Donc : $\bar{a}\bar{b}cd\bar{e}f\bar{g} \succ \bar{a}bcd\bar{e}f\bar{g}$. Par transitivité de \succ , on a donc bien : $\bar{a}\bar{b}cd\bar{e}f\bar{g} \succ \bar{a}bcdefg$.

Exercice 3 (3 points) — Diagrammes d'influence

Soit le diagramme d'influence :



Q 3.1 Déterminez un ordre partiel temporel des variables du diagramme d'influence, puis un ordre total compatible, sachant que les décisions sont prises dans l'ordre D_1 , D_2 , D_3 .

L'ordre partiel induit est :

$$\{A, C\} \prec D_1 \prec \{E, F\} \prec D_2 \prec \{B, D, I\} \prec D_3 \prec \{G, H\}.$$

Un ordre induit compatible est, par exemple :

$$A \prec C \prec D_1 \prec F \prec E \prec D_2 \prec B \prec D \prec I \prec D_3 \prec H \prec G.$$

Q 3.2 En utilisant l'ordre total précédent, créez un « strong junction tree ». Vous préciserez dans quelles cliques vous stockerez les probabilités et les utilités du diagramme d'influence.

