Modèles graphiques pour les préférences

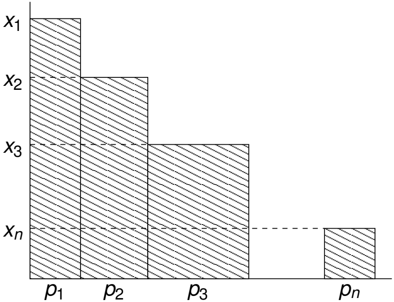
Christophe Gonzales

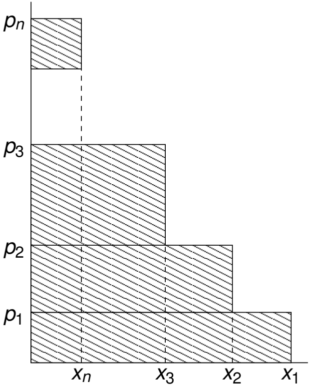
LIP6 – Paris 6 Université, France

Dualité probabilités/utilités (1/2)

Décision dans le risque ou l'incertain

Espérance d'utilité ou de gain : $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i$.





Dualité probabilités/utilités (2/2)

Probabilités et réseaux bayésiens

$$P(X_1, \ldots, X_n) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i | Pa(X_i)).$$

$$\overset{Markov}{\Longrightarrow} P(X_1, \ldots, X_n) = \prod_{i=1}^{n} f_i(X_i, Pa(X_i)).$$

$$\Longrightarrow \log P(X_1, \ldots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} g_i(X_i, Pa(X_i))$$

$\Longrightarrow$ décomposition additive généralisée.

Modèle graphique pour les utilités

Dualité probabilités/utilités :

décomposition d'une probabilité jointe $\Longrightarrow$ modèle graphique

$$\Downarrow$$

décomposition d'une utilité $\Longrightarrow$ modèle graphique

Indépendances conditionnelles

- $P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i | Pa(X_i))$
  $\Longrightarrow$ indépendances conditionnelles
- $u(X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} u(X_i | Pa(X_i))$
  $\Longrightarrow$ indépendances conditionnelles

indépendances conditionnelles $\Longrightarrow$ structure des préférences

Décision dans le risque/l'incertain

$$\langle P_i, x^i \rangle \succsim \langle Q_i, y^i \rangle \Longleftrightarrow \sum_i P_i u(x^i) \geq \sum_i Q_i u(y^i).$$

$\succsim$: relation de préférences sur les loteries.
$u : \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$: utilité sur les conséquences.
$\mathcal{X}$: espace des conséquences.
$\mathcal{X} = X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n$.
X_i = attribut.
$\succsim_X$: relation de préférences sur les conséquences.

Espace des conséquences = produit cartésien

Structure des conséquences

- $\mathcal{X}$ = produit cartésien $X_1 \times \cdots \times X_n$
- choisir un menu
  $\Longrightarrow$ menu = (plat principal, boisson, dessert)

Exemple

- $\mathcal{X}$ espace des menus $x = (x_1, x_2, x_3)$,
- $x_1 \in X_1 = \{$viande (V), poisson $(P)\}$,
- boisson $x_2 \in X_2 = \{$vin rouge (R), vin blanc $(B)\}$,
- dessert $x_3 \in X_3 = \{$cake (C), sorbet $(S)\}$.

Structure des préférences (1/5)

- $x_1 \in X_1 = \{$viande (V), poisson $(P)\}$,
- boisson $x_2 \in X_2 = \{$vin rouge (R), vin blanc $(B)\}$,
- dessert $x_3 \in X_3 = \{$cake (C), sorbet $(S)\}$.

Décomposition additive

- préférences lexicographiques :
  $V \succ_{X_1} P$, puis $R \succ_{X_2} B$, puis $C \succ_{X_3} S$
- $(V, R, C) \succ_X (V, R, S) \succ_X (V, B, C) \succ_X (V, B, S) \succ_X (P, R, C) \succ_X (P, R, S) \succ_X (P, B, C) \succ_X (P, B, S)$

$\succsim_X$ est représentable par une fonction d'utilité additive $\sum_{i=1}^{3} u_i(x_i)$.

La décomposition la plus simple et la plus efficace

Définition : utilité additive

$u : X \mapsto \mathbb{R}$ est une utilité additive ssi il existe des $u_i : X_i \mapsto \mathbb{R}$ telles que $u(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n u_i(x_i)$. Donc :

$$(x_1, \dots, x_n) \succsim_X (y_1, \dots, y_n) \Longleftrightarrow \sum_{i=1}^n u_i(x_i) \geq \sum_{i=1}^n u_i(y_i).$$

conséquence :

$$\begin{aligned}
(x_1, x_2) \succsim_X (y_1, x_2) &\Longleftrightarrow u_1(x_1) + \boxed{u_2(x_2)} \geq u_1(y_1) + \boxed{u_2(x_2)} \\
&\Longleftrightarrow u_1(x_1) \geq u_1(y_1) \\
&\Longleftrightarrow u_1(x_1) + \boxed{u_2(y_2)} \geq u_1(y_1) + \boxed{u_2(y_2)} \\
&\Longleftrightarrow (x_1, y_2) \succsim_X (y_1, y_2)
\end{aligned}$$

décomposition additive $\Longrightarrow$ forme d'« indépendance » entre les attributs

Structure des préférences (3/5)

- $x_1 \in X_1 = \{$viande (V), poisson $(P)\}$,
- boisson $x_2 \in X_2 = \{$vin rouge (R), vin blanc $(B)\}$,
- dessert $x_3 \in X_3 = \{$cake (C), sorbet $(S)\}$.

Décomposition additive plus « sophistiquée »

- priorités :
  haute priorité accordée à l'accord entre le vin et le plat,
  puis la viande est préférée au poisson,
  puis le cake est préféré au sorbet
- $(V, R, C) \succ_X (V, R, S) \succ_X (P, B, C) \succ_X (P, B, S) \succ_X$
  $(V, B, C) \succ_X (V, B, S) \succ_X (P, R, C) \succ_X (P, R, S)$

$\succsim_X$ est représentable par une utilité additive $u_{1,2}(x_1, x_2) + u_3(x_3)$

Pas d'attribut en commun entre $u_{1,2}$ et u_3

Structure des préférences (4/5)

- repas : $X_1 = \text{plat} \quad X_2 = \text{vin}$

$$(\text{viande}, \text{vin rouge}) \succsim_X (\text{poisson}, \text{vin rouge}) \not\Leftrightarrow$$
$$(\text{viande}, \text{vin blanc}) \succsim_X (\text{poisson}, \text{vin blanc})$$

$$\Longrightarrow (x_1, x_2) \succsim_X (y_1, x_2) \not\Leftrightarrow (x_1, y_2) \succsim_X (y_1, y_2)$$

$\Longrightarrow$ préférences non représentables par une utilité additive

- Explication : dépendance entre les attributs

Structure des préférences (5/5)

- $x_1 \in X_1 = \{$viande (V), poisson $(P)\}$,
- boisson $x_2 \in X_2 = \{$vin rouge (R), vin blanc $(B)\}$,
- dessert $x_3 \in X_3 = \{$cake (C), sorbet $(S)\}$.

Décomposition additive généralisée

- haute priorité accordée à l'accord entre le vin et le plat,
  puis la viande est préférée au poisson,
  puis le cake est préféré au sorbet si le plat est du poisson
  mais c'est l'inverse si le plat est de la viande
- $(V, R, S) \succ_X (V, R, C) \succ_X (P, B, C) \succ_X (P, B, S) \succ_X (V, B, S) \succ_X (V, B, C) \succ_X (P, R, C) \succ_X (P, R, S)$

$\succsim_X$ est représentable par une utilité GAI-décomposable $u_{1,2}(x_1, x_2) + u_{1,3}(x_1, x_3)$.

L'attribut X_1 appartient à $u_{1,2}$ et $u_{1,3}$

Décomposition additive généralisée (GAI)

Définition

- $\mathcal{X} = X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n$
- $Z_1, \ldots, Z_k \subseteq N = \{1, \ldots, n\}$ tels que $N = \cup_{i=1}^{k} Z_i$
- $X_{Z_i} = \prod_{j \in Z_i} X_j$
- $X_{Z_1}, \ldots, X_{Z_k}$ sont GAI-indépendants pour $\succsim_X$ ssi il existe des fonctions $u_i : X_{Z_i} \mapsto \mathbb{R}$ telles que

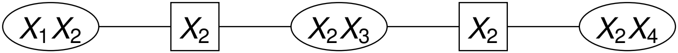
$$u(x) = \sum_{i=1}^{k} u_i(x_{Z_i}), \forall x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathcal{X}.$$

Exemple

- $u(x_1, x_2, x_3, x_4) = u_1(x_1) + u_2(x_2, x_3) + u_3(x_3, x_4)$
- dépendance entre les attributs

Réseaux GAI

- $u(x_1, x_2, x_3, x_4) = u_1(x_1, x_2) + u_2(x_2, x_3) + u_3(x_2, x_4)$



ellipse = clique   rectangle = séparateur

- *Propriété d'intersection courante :*
  Pour tout couple de cliques (C_1, C_2) avec une intersection S non vide, S est contenu dans toute clique et tout séparateur sur la chaîne entre C_1 et C_2

- Similaire aux arbres de jonction pour les réseaux bayésiens

Principaux problèmes relatifs aux préférences

- *Élicitation de préférences*
- *Prise de décision*
  1. *optimisation globale :* trouver l'élément préféré dans l'ensemble de conséquences $\mathcal{X}$.
  2. *optimisation sous contraintes :* trouver l'élément préféré conditionnellement à des valeurs de certains attributs.
  3. *comparaisons d'éléments :* pour un couple $(x, y) \in \mathcal{X} \times \mathcal{X}$, trouver si x est préféré à y, ou bien l'inverse.

Problème : en pratique, $\mathcal{X}$ est un espace combinatoire
$\Longrightarrow$ explosion combinatoire (en temps et mémoire)

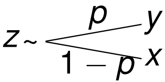
Élicitation de préférences

Questions : élicitation dans le risque/l'incertain

- décision $d \Longleftrightarrow$ loterie $\langle p_1, x^1; \ldots; p_n, x^n \rangle$
  - x^i : conséquence ou résultat
  - p_i : probabilité que la décision d ait pour conséquence x^i
- le décideur est maximisateur d'espérance d'utilité :
  $$\langle P_i, x^i \rangle \succsim \langle Q_i, y^i \rangle \Longleftrightarrow \sum_i P_i u(x^i) \geq \sum_i Q_i u(y^i)$$
- $\langle 1, z \rangle \sim \langle p, y; 1-p, x \rangle$
  $$z \sim \begin{cases} \xrightarrow{\;p\;} y \\ \xrightarrow{\;1-p\;} x \end{cases} \Longrightarrow u(z) = pu(y) + (1-p)u(x)$$

$\Longrightarrow$ l'utilité sur les résultats est unique à une transformation affine strictement positive près

- *Élicitation dans le risque/l'incertain :* demander p tel que $\langle 1, z\rangle \sim \langle p, y; 1-p, x\rangle$

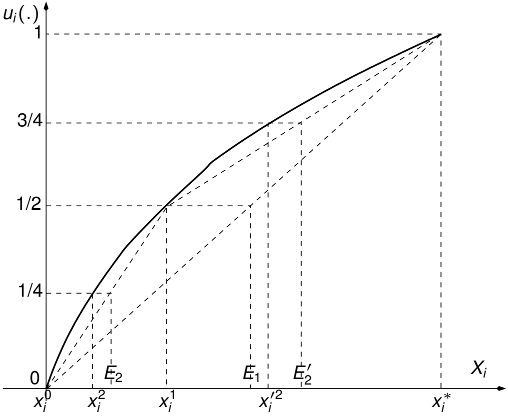


$\Longrightarrow u(z) = pu(y) + (1-p)u(x)$

- *Alternative :* demander z tel que : $\langle 1, z\rangle \sim \langle \frac{1}{2}, y; \frac{1}{2}, x\rangle$
  $\Longrightarrow u(z) = \frac{1}{2}u(y) + \frac{1}{2}u(x)$
  $\Longrightarrow u(z) - u(y) = u(x) - u(z)$

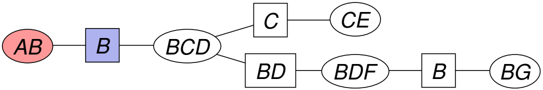
Élicitation d'une utilité additive (2/2)

$$u(x_1, x_2) = u_1(x_1) + u_2(x_2)$$



on pose $u_i(x_i^0) = 0$ et $u_i(x_i^*) = 1$

Élicitation de la sous-utilité d'une clique (1/3)

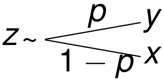


$$u_1(A,B) + u_2(C,E) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + u_5(B,G)$$

Pour toute value fixée b de B, utilité additive :

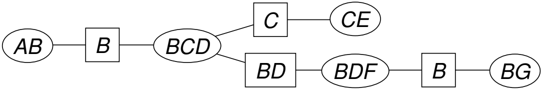
$$u_1^b(A) + [u_2(C,E) + u_3^b(C,D) + u_4^b(D,F) + u_5^b(G)]$$

- *Élicitation dans le certain :* construire $u_1(\cdot)$ en utilisant des séquences standards
- *Élicitation dans le risque/l'incertain :* demander p tel que $\langle 1, z\rangle \sim \langle p, y; 1-p, x\rangle$



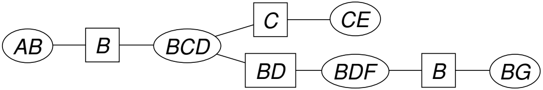
$$\Longrightarrow u(z) = pu(y) + (1-p)u(x)$$

Élicitation de la sous-utilité d'une clique (2/3)



Connaissant $u_1(A, b^0)$ et $v_1(A, b)$,

comment construire u_1 sur $A \times \{b^0, b\}$?



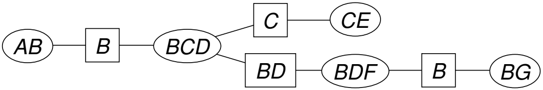
$$u_1(A,B) + u_2(C,E) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + u_5(B,G)$$

Proposition

- $(a^0, b^0, c^0, d^0, e^0, f^0, g^0)$ un n-uplet choisi arbitrairement
- solvabilité + essentialité + connexité des séparateurs $\Longrightarrow$ l'utilité GAI-décomposable $u(\cdot)$ telle que :
  - $u_1(a^0, b) = 0 \ \forall\ b$
  - $u_2(c, e^0) = 0 \ \forall\ c$
  - $u_5(b, g^0) = 0 \ \forall\ b$
  - $u_4(b, d, f^0) = 0 \ \forall\ b, d$
  - $u_3(b^0, c^0, d^0) = 0$

  est unique à une transformation linéaire strictement positive près.

Élicitation de la sous-utilité d'une clique (3/3)



Connaissant $u_1(A, b^0)$ et $v_1(A, b)$, comment construire u_1 sur $A \times \{b^0, b\}$?

Proposition $\Longrightarrow u_1(a^0, b^0) = v_1(a^0, b) = 0$

$\Longrightarrow$ trouver k tel que $u_1(A, b) = k \times v_1(A, b^0)$

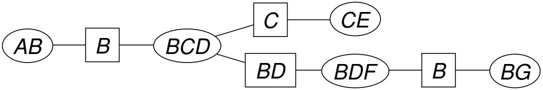
1. demander p' t.q. $(a^0, b, c^0, d^0, e^0, f^0) \sim \begin{cases} p' & (a, b^0, c^0, d^0, e^0, f^0) \\ 1-p' & (a^0, b^0, c^0, d^0, e^0, f^0) \end{cases}$

$$u_1(a^0, b^0) + u_2(c^0, e^0) + u_3(b, c^0, d^0) + u_4(d, d^0, f^0) + u_5(b, g^0) = p'$$

2. demander p t.q. $(a, b, c^0, d^0, e^0, f^0) \sim \begin{cases} p & (a, b^0, c^0, d^0, e^0, f^0) \\ 1-p & (a^0, b^0, c^0, d^0, e^0, f^0) \end{cases}$

$$u_1(a, b^0) + u_2(c^0, e^0) + u_3(b, c^0, d^0) + u_4(d, d^0, f^0) + u_5(b, g^0) = p$$

Élicitation : construction sur toutes les cliques



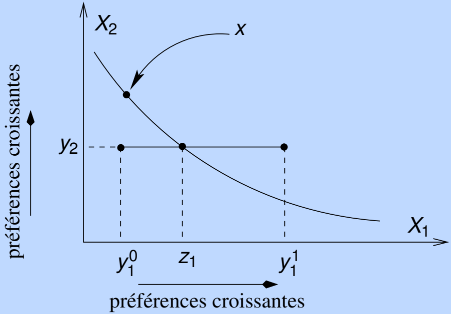
$$u_1(A, B) + u_2(C, E) + u_3(B, C, D) + u_4(B, D, F) + u_5(B, G)$$

Élicitation des sous-utilités des cliques externes vers les cliques internes

1. Élicitation de la sous-utilité $u_1(A, B)$
2. Élicitation de la sous-utilité $u_2(C, E)$
3. Élicitation de la sous-utilité $u_5(B, G)$
4. Élicitation de la sous-utilité $u_4(B, D, F)$
5. Élicitation de la sous-utilité $u_3(B, C, D)$

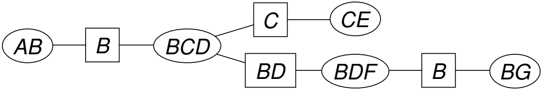
- unicité à une transformation affine : aucune raison rationnelle
- Contraintes sur l'espace des préférences :

Solvabilité restreinte



$$(y_1^0, y_2) \precsim_X x \precsim_X (y_1^1, y_2) \Longrightarrow \exists\, z_1 \text{ t.q. } (z_1, y_2) \sim_X x$$

Rappel : unicité des utilités GAI



$$u_1(A,B) + u_2(C,E) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + u_5(B,G)$$

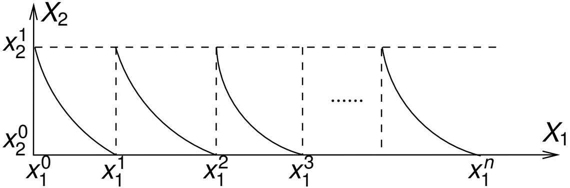
Proposition

- $(a^0, b^0, c^0, d^0, e^0, f^0, g^0)$ un n-uplet choisi arbitrairement
- solvabilité + essentialité + connexité des séparateurs $\Longrightarrow$ l'utilité GAI-décomposable $u(\cdot)$ telle que :
  - $u_1(a^0, b) = 0 \ \forall \ b$
  - $u_2(c, e^0) = 0 \ \forall \ c$
  - $u_5(b, g^0) = 0 \ \forall \ b$
  - $u_4(b, d, f^0) = 0 \ \forall \ b, d$
  - $u_3(b^0, c^0, d^0) = 0$

  est unique à une transformation linéaire strictement positive près.

Élicitation d'une utilité additive dans le certain (2/3)

Utilité additive : $u_1(X_1) + u_2(X_2)$

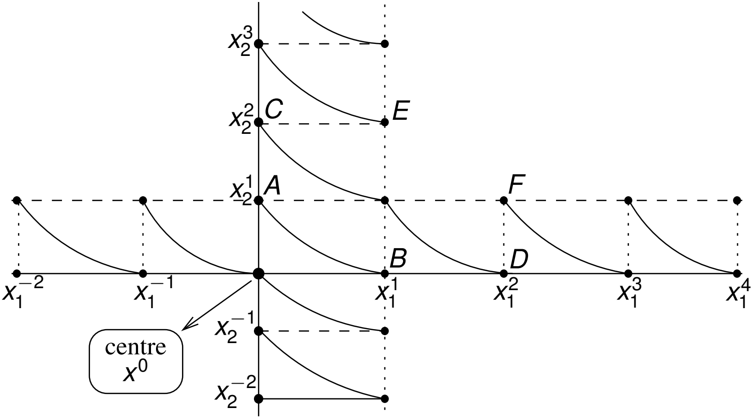


Séquence standard

- $u_1(x_1^0) = 0 \qquad u_2(x_2^0) = 0 \qquad u_2(x_2^1) = 1$
- $u_1(x_1^1) = 1$
- $u_1(x_1^2) - u_1(x_1^1) = u_1(x_1^1) - u_1(x_1^0)$

Séquences standards $\Longrightarrow$ élicitation sur une grille

Séquences standards $\Longrightarrow$ élicitation sur une grille



Conclusion sur l'élicitation

Procédure d'élicitation générale

- questionnaire dérivé de l'arbre GAI
- fonctionne aussi avec les graphes cycliques (après préprocessing : triangulation)

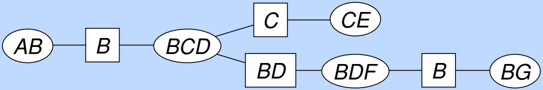
Avantages principaux

- la procédure s'applique à toute décomposition GAI
- questions sont aussi simples que possible
- nombre réduit de questions

Prise de décision avec les réseaux GAI

optimisation sur l'ensemble des résultats

Élément maximal d'une utilité GAI-décomposable



Expression de l'optimum

$$\max_{A,B,C,D,E,F,G} u_1(A,B) + u_2(C,E) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + u_5(B,G)$$

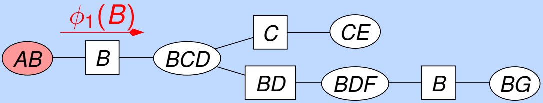
$$\max_A \max_B \max_C \max_D \max_E \max_F \max_G u_1(A,B) + u_2(C,E) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + u_5(B,G)$$

Phase de collecte (1/5)

Élimination de A

$\max_B \max_C \max_D \max_E \max_F \max_G \max_A u_1(A, B)$
$+u_2(C, E) + u_3(B, C, D) + u_4(B, D, F) + u_5(B, G)$

$= \max_B \max_C \max_D \max_E \max_F \max_G$
$\phi_1(B) + u_2(C, E) + u_3(B, C, D) + u_4(B, D, F) + u_5(B, G)$

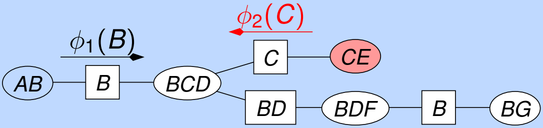


Phase de collecte (2/5)

Élimination de E

$\max_B \max_C \max_D \max_F \max_G \max_E u_2(C,E)$
$+\phi_1(B) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + u_5(B,G)$

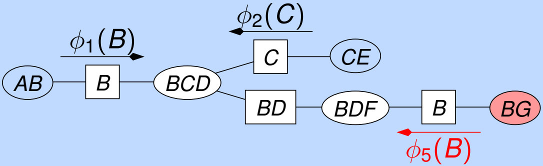
$= \max_B \max_C \max_D \max_F \max_G$
$\phi_1(B) + \phi_2(C) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + u_5(B,G)$



Élimination de G

$$\max_B \max_C \max_D \max_F \max_G u_5(B,G)$$
$$+\phi_1(B) + \phi_2(C) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F)$$

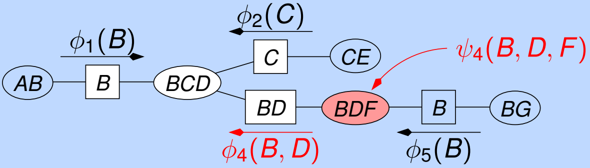
$$= \max_B \max_C \max_D \max_F \max_G$$
$$\phi_1(B) + \phi_2(C) + u_3(B,C,D) + u_4(B,D,F) + \phi_5(B)$$



Élimination de F

$\max_B \max_C \max_D \max_F \psi_4(B, D, F)$
$+\phi_1(B) + \phi_2(C) + u_3(B, C, D)$
où $\psi_4(B, D, F) = u_4(B, D, F) + \phi_5(B)$

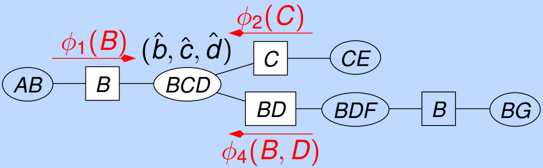
$= \max_B \max_C \max_D \phi_1(B) + \phi_2(C) + u_3(B, C, D) + \phi_4(B, D)$



Élimination de B, C, D

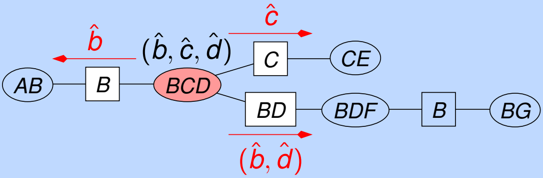
$\max_{B,C,D} \psi_3(B, C, D)$
où $\psi_3(B, C, D) = \phi_1(B) + u_3(B, C, D) + \phi_4(B, D) + \phi_2(C)$

$\Longrightarrow$ élément préféré : $(\hat{b}, \hat{c}, \hat{d})$



Distribution par la clique BCD

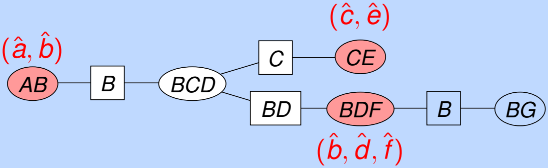
La clique *BCD* envoie des messages à ses séparateurs adjacents contenant la valeur de leurs attributs à l'optimum



Propagation par les séparateurs

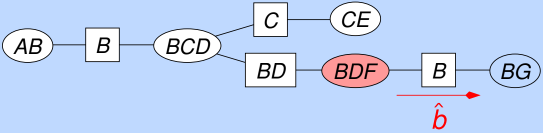
Clique $AB \implies \hat{a} = \text{Argmax}_A\ u_1(A, \hat{b})$
Clique $CE \implies \hat{e} = \text{Argmax}_E\ u_2(\hat{c}, E)$
Clique $BDF \implies \hat{f} = \text{Argmax}_F\ \psi_5(\hat{b}, \hat{d}, F)$

⚠ Les Argmax sont calculés pendant la phase de collecte (ϕ)



Distribution par la clique BDF

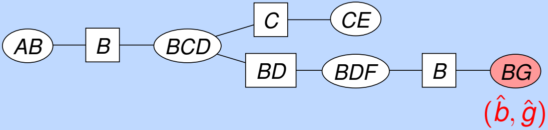
La clique *BDF* envoie un message au séparateur *B* contenant la valeur à l'optimum de l'attribut *B*



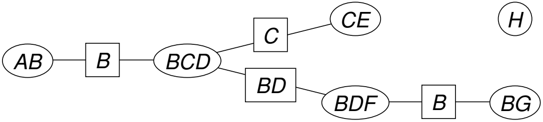
Distribution par la clique BDF

Clique $BG \Longrightarrow \hat{g} = \text{Argmax}_G\ u_5(\hat{b}, G)$

$\Longrightarrow$ un élément optimal (préféré) $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}, \hat{f}, \hat{g})$

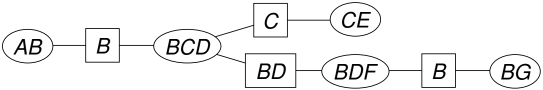


Extensions



- optimisation avec une forêt GAI
- optimisation sous contraintes de certaines valeurs d'attributs
- optimisation sous contraintes exprimées sous forme de valeurs possibles de cliques
- optimisation sous contraintes générales
  $\Longrightarrow$ exprimer les contraintes comme de nouvelles cliques

Rangement (1/4)



n-uplet optimal : $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}, \hat{f}, \hat{g})$

Quel est le deuxième élément préféré ?

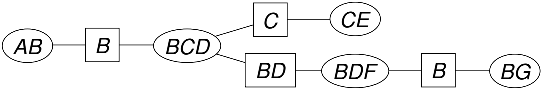
un élément qui diffère du premier par au moins un attribut

quel attribut ?

on ne sait pas mais on sait qu'il appartient à une clique

$\Longrightarrow$ au moins une des cliques devrait avoir une valeur différente

Rangement (2/4)



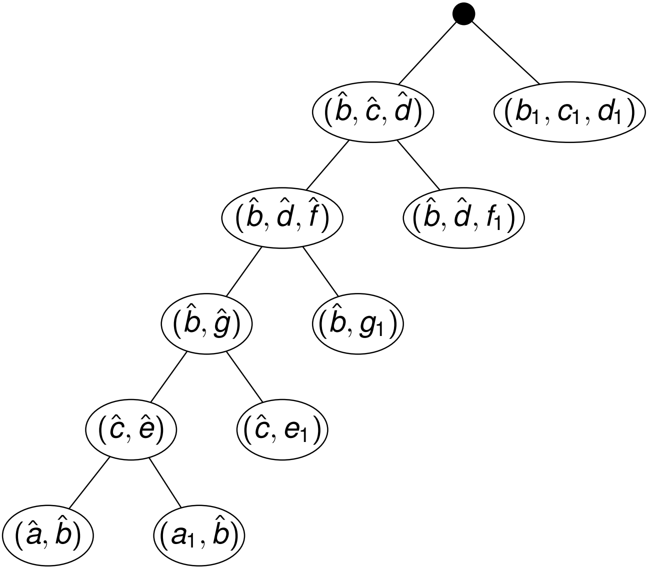
n-uplet optimal : $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}, \hat{f}, \hat{g})$

le prochain n-uplet est dans l'un de ces ensembles :

Set 1 : $(B, C, D) \neq (\hat{b}, \hat{c}, \hat{d})$
Set 2 : $(B, C, D) = (\hat{b}, \hat{c}, \hat{d})$ et $(B, D, F) \neq (\hat{b}, \hat{d}, \hat{f})$
Set 3 : $(B, C, D, F) = (\hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{f})$ et $(B, G) \neq (\hat{b}, \hat{g})$
Set 4 : $(B, C, D, F, G) = (\hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{f}, \hat{g})$ et $(C, E) \neq (\hat{c}, \hat{e})$
Set 5 : $(B, C, D, E, F, G) = (\hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}, \hat{f}, \hat{g})$ et $(A, B) \neq (\hat{a}, \hat{b})$

Algorithme : utiliser la procédure d'optimisation sur chaque ensemble et choisir le n-uplet préféré

Rangement (3/4)



Rangement (4/4)

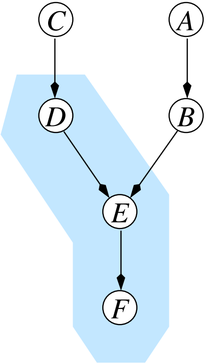
Temps	sans contraintes			avec contraintes		
(en ms)	meilleur	Top 50	Top 100	meilleur	Top 50	Top 100
K_1	7	18	29	40	55	67
K_2	1	3	6	121	132	142
K_3	1	3	4	2067	2070	2073
K_4	40	45	50	4399	4410	4419
K_5	663	664	665	12662	12663	12665

Conclusion sur les utilités GAI

- GAI = représentation compacte des préférences
- permet de diriger des procédures d'élicitation efficaces
  - questionnaires « simples » cognitivement
  - nombre réduit de questions
- permet de répondre efficacement à des requêtes d'optimisation
- application de Shafer-Shenoy aux utilités

Les UCP-nets : GAI + CP-net

UCP-net $=$ Utility Conditional Preferential network
$=$ décomposition GAI + CP-net



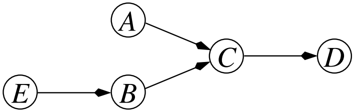
1/ Décomposition GAI :

$$u(a,b,c,d,e,f) = u_1(a) + u_2(a,b) + u_3(c) + u_4(c,d) + u_5(b,d,e) + u_6(e,f)$$

2/ CP-net : Les attributs en “haut” du graphe sont “indépendants” de ceux du bas :

$$(a,b,c,\boxed{d,e,f}) \succsim_X (a',b',c',\boxed{d,e,f})$$
$$\iff (a,b,c,\boxed{d',e',f'}) \succsim_X (a',b',c',\boxed{d',e',f'})$$

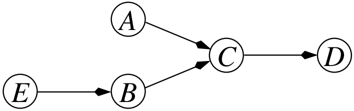
$\Longrightarrow$ le graphe doit être un DAG (pas de circuit)



$$f_1(A) + f_2(E) + f_3(B|E) + f_4(C|A,B) + f_5(D|C)$$

$f_1(A)$:	$a \sim \begin{cases} \xrightarrow{p} a'' \\ \xrightarrow{1-p} a' \end{cases}$	$f_1(a) = p$
$f_2(B\|E)$:	$(b,e) \sim \begin{cases} \xrightarrow{p'} (b'',e) \\ \xrightarrow{1-p'} (b',e) \end{cases}$	$f_2(b\|e) = p'$
$f_3(C\|A,B)$:	$(c,a,b) \sim \begin{cases} \xrightarrow{p''} (c'',a,b) \\ \xrightarrow{1-p''} (c',a,b) \end{cases}$	$f_3(c\|a,b) = p''$

Élicitation de fonctions d'utilité par UCP-net (2/2)



on veut : $f_1(A) + f_2(E) + f_3(B|E) + f_4(C|A, B) + f_5(D|C)$

les f_i ont été élicités séparément $\Longrightarrow$ il faut les agréger
$f_3(c|a, b) \in [0, 1] \Longrightarrow \pi_3(a, b) f_3(c|a, b) + \sigma_3(a, b)$
$\Longrightarrow$ pour chaque f_i, calculer π_i et σ_i
$\Longrightarrow$ questions + résolution d'un programme linéaire

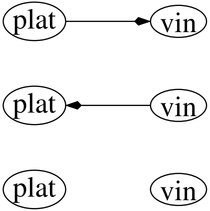
- Repas = Plat de résistance + vin + dessert
  plat $\in$ {cassoulet, poisson}
  vin $\in$ {vin rouge, vin blanc}
  dessert $\in$ {rien, profiterole au chocolat}

- $u(\text{repas}) = u_1(\text{plat, vin}) + u_2(\text{plat, dessert})$

(cassoulet,rouge) $\succ_X$ (poisson,blanc) $\succ_X$ (cassoulet,blanc) $\succ_X$ (poisson,rouge)

	rouge	blanc
cassoulet	3	1
poisson	0	2

1)
2)
3)



$\Longrightarrow$ non représentable par un UCP-net

Biblio sur les modèles graphiques de « préférences »

Références

- F Bacchus et A Grove (1995). “Graphical models for preference and utility”, Proceedings d’UAI-95
- D Braziunas, C Boutilier (2005) “local utility elicitation in GAI models”, Proceedings d’UAI-05
- C. Gonzales, P. Perny (2004) “GAI Networks for Utility Elicitation”. Proceedings de KR-04.
- C. Gonzales, P. Perny (2005) “GAI Networks for Decision Making under Certainty”, Proceedings d’IJCAI-05 – workshop on advances in preference handling.
- P Fishburn (1970) “Utility Theory for Decision Making”, Wiley, NewYork
- C. Gonzales, P. Perny (2006) “GAI networks : from axiomatization to applications”, EMPG-06.