

# cours 8

## Calculs dans les diagrammes d'influence



Master SID — Raisonement dans l'incertain

Procédure similaire aux calculs dans les réseaux bayésiens :

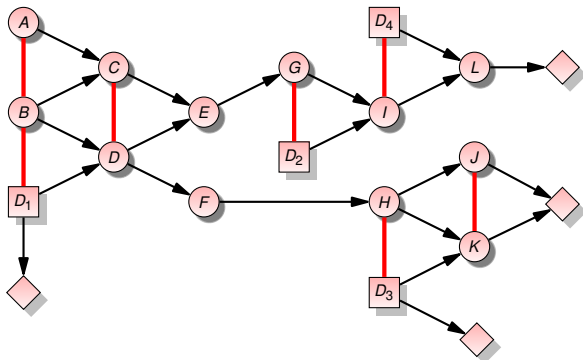
- 1 moraliser le réseau de valuation ;
- 2 supprimer les nœuds d'utilité (les losanges) ;
- 3 trianguler le réseau obtenu ;
- 4 créer un arbre de jonction ;
- 5 effectuer les calculs dans l'arbre de jonction.

*Problème* : contrairement aux réseaux bayésiens, pour la triangulation, la séquence d'élimination des nœuds est partiellement déterminée par des contraintes temporelles.

# La phase de moralisation

## Moralisation

Relier entre eux tous les parents d'un même nœud (que ce soient des nœuds de chance ou d'utilité).



il faut partir du réseau de valuation!!!

## *Les contraintes temporelles*

Appelons  $D_1, \dots, D_n$  les nœuds de décision

$C_1, \dots, C_k$  les nœuds de chance

On peut partitionner  $\{C_1, \dots, C_k\}$  en des ensembles disjoints  $I_0, I_1, \dots, I_n$  tels que  $I_k$  est l'ensemble des nœuds de chance observables entre les décisions  $D_k$  et  $D_{k+1}$ .

Cela induit un ordre partiel « temporel » sur les nœuds :

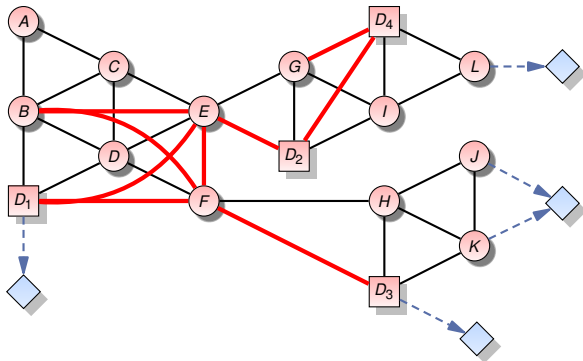
$$I_0 \prec D_1 \prec I_1 \prec \dots \prec D_n \prec I_n.$$

## *Triangulation*

N'importe quelle séquence d'élimination respectant l'ordre partiel  $\prec$  peut être utilisée (on doit d'abord éliminer les nœuds de  $I_n$ , puis de  $D_n$ , puis de  $I_{n-1}$ , etc).

# La triangulation, ça a du bon (2/2)

- ▶ Après moralisation, on élimine les nœuds d'utilité ainsi que l'orientation des arcs.
- ▶ Ordre partiel :  $\{B\} \prec D_1 \prec \{E, F\} \prec D_2 \prec \emptyset \prec D_3 \prec \{G\} \prec D_4 \prec \{A, C, D, H, I, J, K, L\}$   
 $\implies$  ordre d'élimination :  $L, J, K, I, H, A, C, D, D_4, G,$   
 $D_3, D_2, F, E, D_1, B$



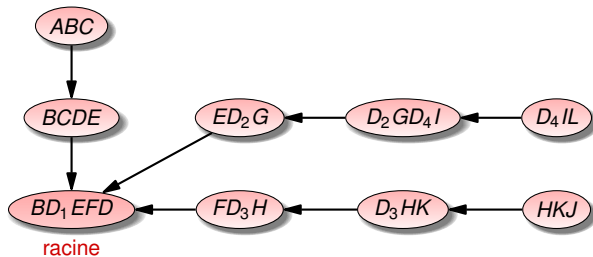
## *Strong junction tree*

C'est un arbre de jonction (donc vérifiant la propriété d'intersection courante), possédant une clique  $R$  appelée racine telle que pour tout couple  $(C_1, C_2)$  de cliques adjacentes,  $C_1$  étant plus près de  $R$  que  $C_2$ , il existe un ordre sur les nœuds de  $C_2$  respectant l'ordre partiel  $\prec$  tel que les nœuds du séparateur  $C_1 \cap C_2$  précèdent ceux de  $C_2 \setminus C_1$  selon cet ordre.

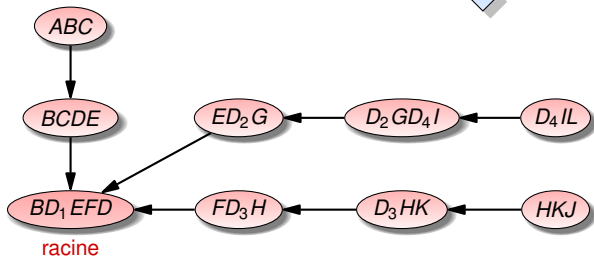
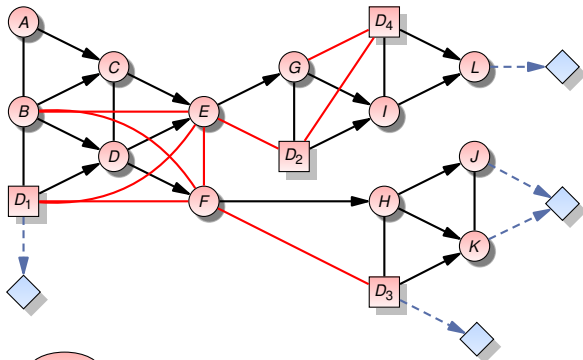
## *Proposition*

Dans un strong junction tree, les messages locaux à la Jensen ou Shafer-Shenoy permettent de calculer le maximum d'espérance d'utilité.

## Strong junction tree

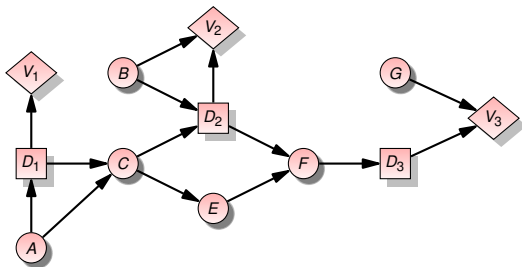


# Arbre de jonction et calculs



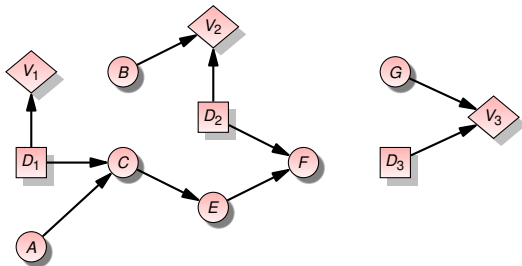


# Exemple de construction d'un strong junction tree

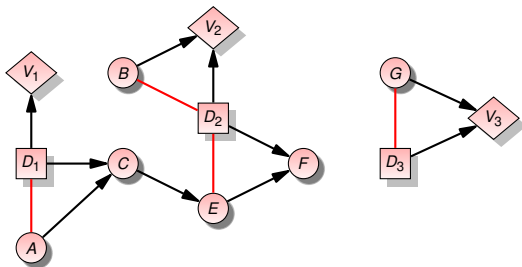


*ordre temporel* :  $A \prec D_1 \prec \{B, C\} \prec D_2 \prec \{F\} \prec D_3 \prec \{E, G\}$

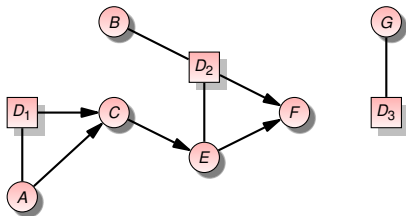
# Création du réseau de valuation



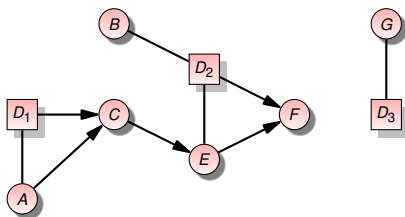
# Moralisation du réseau de valuation



# Suppression des nœuds d'utilité

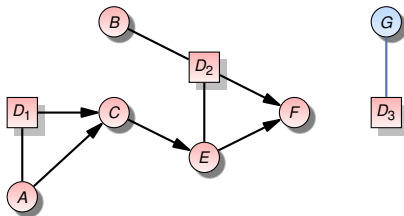


Triangulation : ordre :  $A \prec D_1 \prec \{B, C\} \prec D_2 \prec \{F\} \prec D_3 \prec \{E, G\}$



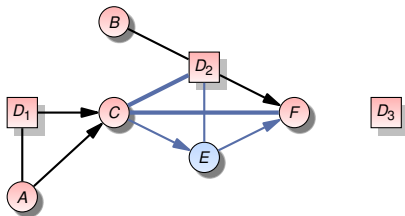
ordre compatible :  $A \prec D_1 \prec C \prec B \prec D_2 \prec F \prec D_3 \prec E \prec G$

Élimination :  $A D_1 C B D_2 F D_3 E G$



$D_3 G$

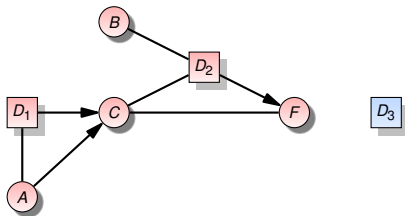
Élimination :  $A D_1 C B D_2 F D_3$   **$E$**   $G$



$D_2 C E F$

$D_3 G$

Élimination :  $A D_1 C B D_2 F D_3 E G$

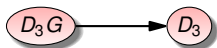
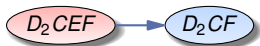
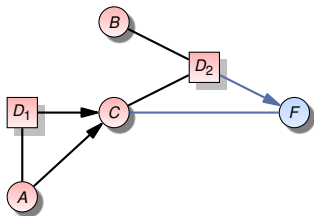


$D_2 C E F$

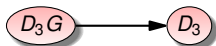
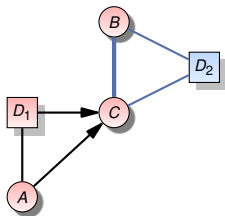
$D_3 G \rightarrow D_3$



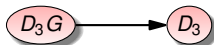
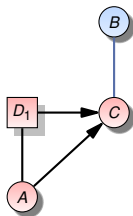
Élimination :  $A D_1 C B D_2 F D_3 E G$



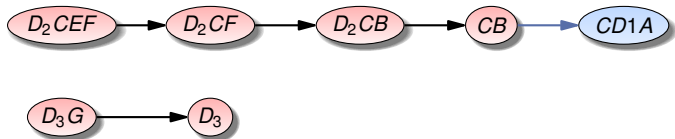
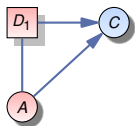
Élimination :  $A D_1 C B D_2 F D_3 E G$



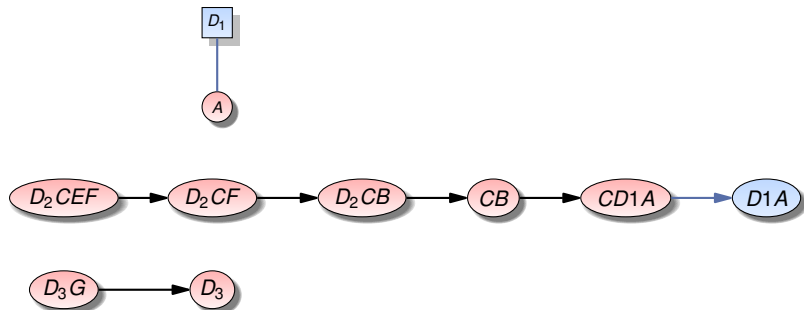
Élimination :  $A$   $D_1$   $C$   $B$   $D_2$   $F$   $D_3$   $E$   $G$



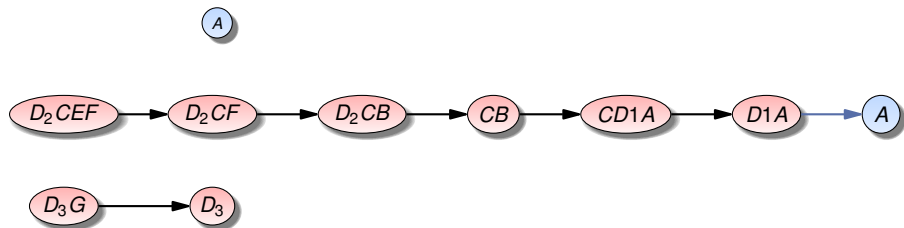
Élimination :  $A D_1$   $C$   $B D_2 F D_3 E G$



Élimination : A  $D_1$  C B  $D_2$  F  $D_3$  E G

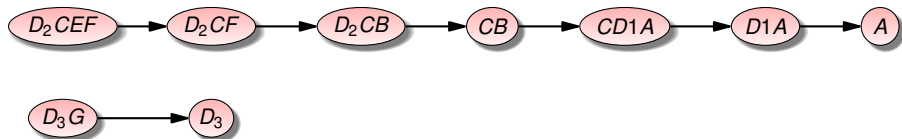


Élimination : **A**  $D_1$   $C$   $B$   $D_2$   $F$   $D_3$   $E$   $G$

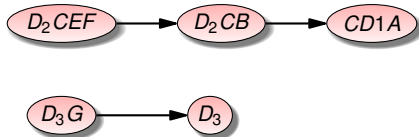


# Exemple de construction d'un strong junction tree (fin)

Arbre d'élimination :



Strong junction tree :



Envoyer les messages dans le sens des flèches !

- ▶ **Cowell R.G., Dawid A.P., Lauritzen S.L. et Spiegelhalter D.J. (1999)** Probabilistic Networks and Expert Systems, Statistics for Engineering and Information Science, Springer
- ▶ **Jensen F., Jensen F.V. et Dittmer S.L. (1994)** « From Influence Diagrams to Junction Trees », Proceedings of Uncertainty in Artificial Intelligence
- ▶ **Bielza C. et Shenoy P.P (1999)** « A comparison of graphical techniques for asymmetric decision problems », Management Science, 45 :1552–1569
- ▶ **Shenoy P.P. (2000)** « Valuation network representation and solution of asymmetric decision problems », European journal of Operations Research, 121 :579–608



- ▶ Nielsen T.D. et Jensen F.V. (1999) « Welldefined Decision Scenarios », Proceedings of Uncertainty in Artificial Intelligence
- ▶ Nielsen T.D. et Jensen, F.V. (2000) « Representing and solving asymmetric Bayesian decision problems », Proceedings of Uncertainty in Artificial Intelligence