Aix*Marseille université Initiative d'excellence **Master SID**

Raisonnement dans l'incertain

TD n°2 : Apprentissage de paramètres

Exercice 1 – Maximum de vraisemblance

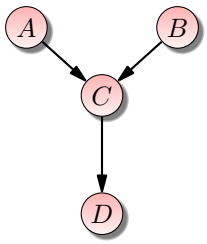
Soit X une variable aléatoire définie sur l'ensemble des nombres entiers positifs. X suit la loi géométrique de paramètre $p \in [0,1]$ si $P(X = n) = (1-p)^{n-1}p$. On a observé 5 réalisations (obtenues indépendamment les unes des autres) d'une variable X suivant la loi géométrique : | 4 | 2 | 6 | 5 | 8 | .

Q 1.1 Estimez par maximum de vraisemblance la valeur du paramètre $\theta = p$ de la loi.

Q 1.2 Avant le tirage de l'échantillon, nous avions une connaissance a priori sur le paramètre θ : ce dernier suivait a priori une loi Beta de paramètres 4 et 5, autrement dit $\pi(\theta) \propto \theta^3(1-\theta)^4$. Estimez la valeur du paramètre $\theta = p$ par maximum a posteriori.

Exercice 2 – BD et paramètres d'un RB

Soit trois variables aléatoires booléennes A, B, C et une variable ternaire D. Un expert nous a fourni la structure du réseau bayésien de ces quatre variables :



On a constitué la base de données ci-dessous :

©CG(2026)

A	B	C	D
a_1	b_1	c_1	d_1
a_1	b_2	c_1	d_2
a_1	b_1	c_2	d_3
a_2	b_1	c_2	d_1
a_2	b_1	c_1	d_3
a_2	b_1	c_2	d_2
a_2	b_2	c_1	d_3
a_1	b_2	c_2	d_3
a_2	b_1	c_2	d_1
a_2	b_2	c_1	d_3

Q 2.1 Apprenez par maximum de vraisemblance les paramètres du réseau bayésien.

Q 2.2 L'expert nous fournit un *a priori* de Dirichlet pour mieux estimer la table $P(C|A,B)$. Estimer par maximum *a posteriori* cette table.

$\alpha_{ijk}(C|A,B) =$

	c_1	c_2
a_1, b_1	5	3
a_1, b_2	2	1
a_2, b_1	1	1
a_2, b_2	3	7