Domaine Sciences et Technologies
LICENCE D'INFORMATIQUE

Aix*Marseille université

Automates et circuits
1er Devoir Surveillé
Durée : 2 heures

Seul document autorisé :
notes de cours (une page A4 recto/verso)

Année 2012-13

Nous vous recommandons de bien lire intégralement le sujet avant de commencer – Les exercices sont indépendants et le barème indicatif – les réponses devront être justifiées mais concises

Exercice 1 (Conversion [3 points])
Les quatre questions sont indépendantes.

Question 1.1 Convertir $(1789)_{10}$ de la base 10 vers la base 16.

Question 1.2 Convertir $(1515)_{10}$ de la base 10 vers la base 2.

Question 1.3 Convertir $(ABCDEF)_{16}$ de la base 16 vers la base 2.

Question 1.4 Convertir $(666)_8$ de la base 8 vers la base 16.

Exercice 2 (Représentation de nombre [3 points])
Les deux questions sont indépendantes.

Question 2.1 On considère des nombres représentés en base deux. Combien existe-t-il de nombres différents (de valeurs différentes) dont la représentation ne contient pas deux fois le même chiffre ?

Question 2.2 Pour quelle base $\beta \geq 5$, l'égalité suivante est-elle vérifiée ?

$$((11)_\beta)^4 - ((4)_\beta \times (1111)_\beta) - (10100)_\beta = (42)_\beta$$

Exercice 3 (Codage [2 points])
Les deux questions sont indépendantes.

Question 3.1 Pour les besoins d'une implémentation d'un jeu de bridge, on cherche à coder une carte à jouer. Une carte est identifiée par une valeur (de 1 à 10 ou bien valet, dame, roi) et une couleur (pique, coeur, carreau ou trèfle). Combien de bits sont nécessaires pour coder une carte ?

Question 3.2 Quelle est le plus grand entier relatif que l'on peut coder sur un octet dans une représentation en complément à deux ? Quel est sa représentation binaire ?

Exercice 4 (Dénombrement [3 points])
Un étudiant possède 7 livres de quatre matières différentes : 2 livres de mathématiques, 3 livres d'informatiques, 1 livre de biologie et 1 livre d'anglais. Il veut ranger ces livres sur une étagère.

Question 4.1 De combien de façon peut-il ranger ces livres sur un étagère ? Les livres sont placés sur une même étagère et deux rangements sont différents si l'ordre de gauche à droite des livres est différent.

Question 4.2 De combien de façon peut-il le faire s'il range d'abord les livres d'anglais, puis ceux d'informatiques, puis ceux de mathématiques, et enfin ceux de biologie ?

Question 4.3 De combien de façon peut-il le faire s'il range les livres groupés par matière ? Les livres d'une même matière (comme les mathématiques) doivent être consécutifs dans l'ordre de rangement de gauche à droite.

Exercice 5 (Dénombrement [3 points])

Neuf personnes se présentent à la médecine du travail pour passer la visite annuelle. Deux médecins les reçoivent. Le premier médecin verra 4 personnes et le second médecin en verra 5.

Question 5.1 De combien de façons différentes les neuf personnes peuvent-elles être réparties entre les deux médecins ?

Question 5.2 Il y a 4 personnes portant des lunettes. De combien de façons différentes peut-on répartir les patients entre les deux médecins, sachant que chaque médecin devra voir exactement deux personnes portant des lunettes ?

Question 5.3 Maintenant, on veut que M. Durand qui porte des lunettes et M. Dupond qui n'en porte pas, soient examinés par le même médecin. Combien de répartitions sont possibles ?

Exercice 6 (Fonctions [3 points])

Les deux questions sont indépendantes.

Question 6.1 Soit f une fonction de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ vers $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ définie par $f((x, y)) = (x + y, x \times y)$. Montrer que f n'est ni injective, ni surjective.

Question 6.2 Soit g la fonction de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{N}$ définie par $g(n) = n + (-1)^n$. Montrer que $g(n)$ et n n'ont jamais la même parité. En déduire que g est injective.

Exercice 7 (Fonctions et relations [3 points])

Dans la théorie des ensembles, les fonctions sont définies comme des relations binaires dans lesquelles chaque élément du premier ensemble est associé à au plus un élément du deuxième ensemble (on parle aussi de relation fonctionnelle).

Question 7.1 Dans ce contexte, peut-on dire :

- que toute fonction est un ensemble ?
- que toute relation d'ordre définit une fonction ?
- que toute relation d'ordre totale définit une fonction ?
- que toute relation d'équivalence définit une fonction ?
- que toute fonction définit une relation d'équivalence ?

Question 7.2 Si c'est possible (sinon expliquez pourquoi), donnez une relation binaire sur $\{0, 1\}$ qui :

- ne soit pas une fonction.
- soit une bijection.
- soit une application ni injective, ni surjective.
- soit une injection non bijective.
- soit une surjection non bijective.