

# Examen

## Documents interdits

*Durée: 2h*

8 janvier 2013

*Note importante : répondre aux questions suivantes de manière la plus lisible possible, en particulier, dans la question 6 où il vous est demandé d'écrire du code en langage C. Les parties illisibles ne seront pas lues !*

## 1 Minimisation

Minimiser l'automate suivant :

	$a$	$b$	
→	0	1	4
	1	2	4
←	2	3	1
	3	6	3
	4	5	1
←	5	6	4
	6	3	6

## 2 Calcul de résiduels

Calculer les résiduels suivants en détaillant les différentes étapes :

**Q.2.1.**  $(a + b)/b$

**Q.2.2.**  $(a + b)^*/b$

**Q.2.3.**  $(a + b)^*ba/b$

**Q.2.4.**  $(a + b)^*ba/bba$

## 3 Automate des résiduels

**Q.3.1.** Calculer tous les résiduels du langage décrit par l'expression régulière  $E = (a + b)^*b^*ab$ .

**Q.3.2.** Combien d'états possède l'automate minimal reconnaissant le langage dénoté par  $E$ ? justifiez votre réponse.

**Q.3.3.** Construire l'automate minimal reconnaissant le langage dénoté par  $E$  en suivant la méthode des résiduels.

## 4 Grammaire hors-contexte

**Q.4.1.** Ecrire une grammaire hors-contexte  $G$  générant le langage  $L = \{m \in \{a, b\}^* \mid |m|_a = |m|_b\}$

**Q.4.2.** Ecrire l'arbre ou les arbres de dérivation que  $G$  associe au mot  $abbaab$ .

**Q.4.3.**  $G$  est elle ambiguë? justifiez votre réponse.

## 5 Automate à pile

**Q.5.1.** Construire l'automate à pile  $A$  reconnaissant le langage  $L$  des mots sur  $\{a, b\}^*$  contenant 2 fois plus de  $a$  que de  $b$  ou 3 fois plus de  $b$  que de  $a$ .

**Q.5.2.**  $A$  est il déterministe? justifiez votre réponse.

**Q.5.3.**  $L$  peut il être reconnu par un automate à pile déterministe? Si oui, construire un tel automate. Sinon, expliquer de façon convaincante pourquoi.

## 6 Question d'implémentation

Ecrire la fonction `af_mat *af2mat(af *a)` qui prend en entrée un automate représenté sous la forme d'une structure de type `af` et qui retourne le même automate représenté sous forme matricielle. Vous utiliserez pour cela la structure `af_mat` définie ci-dessous. Les structures `af_etat`, `af_arc` et `af` sont là pour vous rafraîchir la mémoire.

```
typedef struct{int ne;int ns;char *accept;int init;char ***delta;} af_mat;
typedef struct{int n; liste *trans; int is_accept;} af_etat;
typedef struct{int in; af_etat *orig; af_etat *dest;} af_arc;
typedef struct{liste *etats; af_etat *init;} af;
```

Les champs `ne` et `ns` indiquent respectivement le nombre d'états de l'automate et le nombre de symboles dans l'alphabet. Le tableau `accept` est de taille `ne`. Etant donnée l'entier `i` correspondant à un état, `accept[i]` vaut 1 si `i` est un état d'acceptation. Il vaut 0 sinon. Le champ `init` indique l'état initial. Le tableau `delta` représente la fonction de transition. S'il existe une transition étiquetée `e` allant de l'état `o` à l'état `d` alors `delta[o][e][d]` vaut 1. Il vaut 0 sinon.

Vous considèrerez que vous disposez de la fonction suivante :

```
af_mat *af_mat_allocate(int ne, int ns)
```

qui permet d'allouer toute la mémoire nécessaire pour une structure de type `af_mat` (la fonction alloue en particulier la mémoire des tableaux `accept` et `delta`).