

Dos medidas para los agujeros de un objeto discreto

Aldo Gonzalez-Lorenzo

Universidades de Aix-Marseille y Sevilla

21 diciembre 2015



Estructura

- 1 Trayectoria
- 2 Introducción
- 3 Algunos conceptos
- 4 Las medidas: thickness y breadth
- 5 Conclusiones

- 2008/12 Licenciatura de Matemáticas en la ULL
- 2012/13 Máster en Matemáticas discretas y fundamentos de la informática, Universidad de Aix-Marseille
- 2013/16 Doctorado en Matemáticas e Informática en las universidades de Aix-Marseille y Sevilla
- 2016/17 ¿ATER?

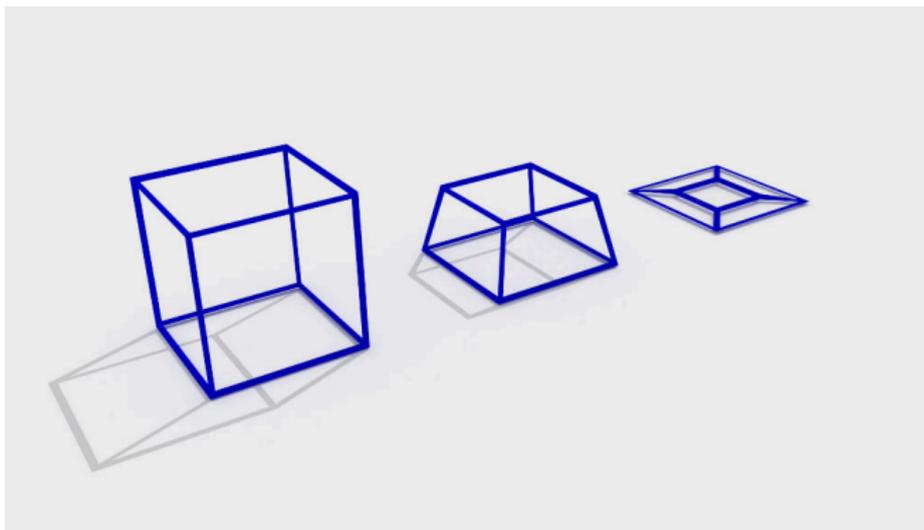
Estructura

- 1 Trayectoria
- 2 Introducción**
- 3 Algunos conceptos
- 4 Las medidas: thickness y breadth
- 5 Conclusiones

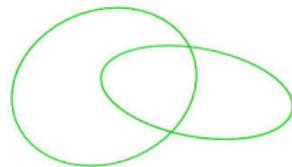
El problema

¿Qué podemos decir sobre la geometría de los agujeros,
dado que no existen?

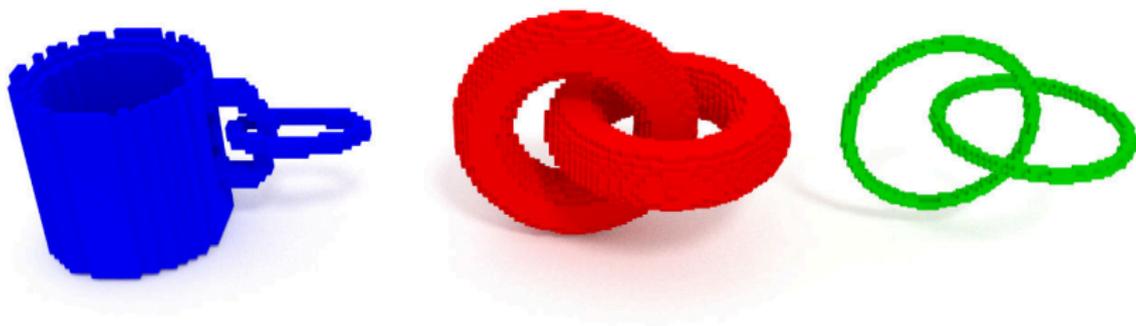
¿Cuántos agujeros hay?



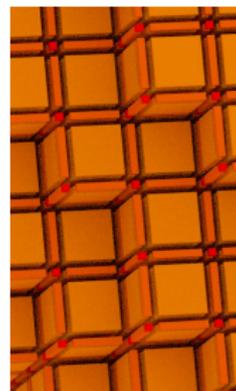
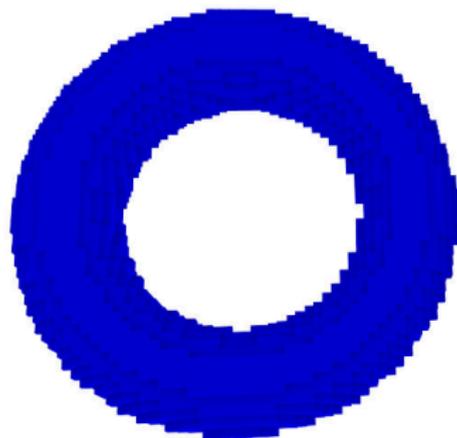
Topología \rightarrow homotopía, homología



Topología computacional \rightarrow homotopía, homología



Objeto discreto \rightarrow complejo cúbico



Grupos de homología:

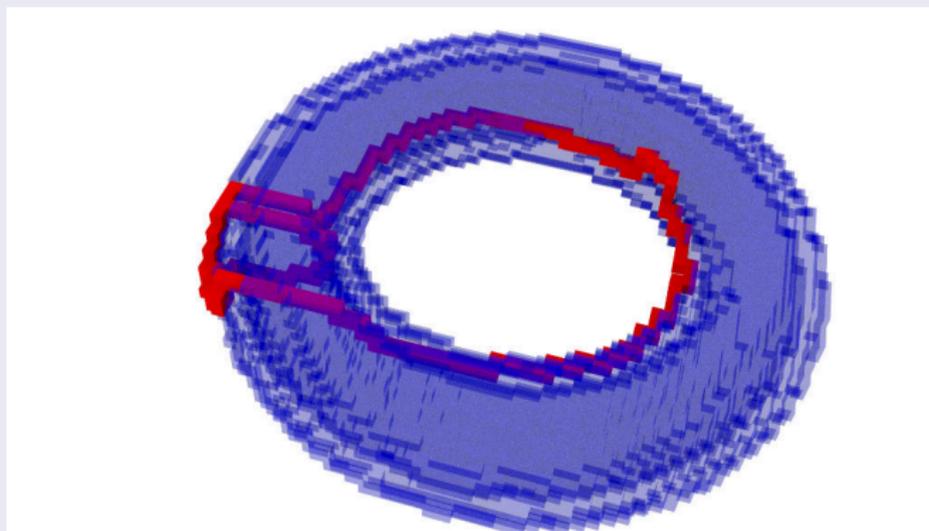
$$H_q = \ker (d_q) / \text{im} (d_{q+1})$$

Tenemos:

- $H_0 \longrightarrow \beta_0 = \dim(H_0) =$ "número de componentes conexas"
- $H_1 \longrightarrow \beta_1 = \dim(H_1) =$ "número de túneles o asas"
- $H_2 \longrightarrow \beta_2 = \dim(H_2) =$ "número de cavidades"

La dimension es única; la base, no.

Ejemplo: el toro

Figura : $\beta_0 = 1, \beta_1 = 2, \beta_2 = 1$

Entonces,

- Se puede calcular el número de agujeros ...
- ... pero no podemos decir nada sobre su forma.

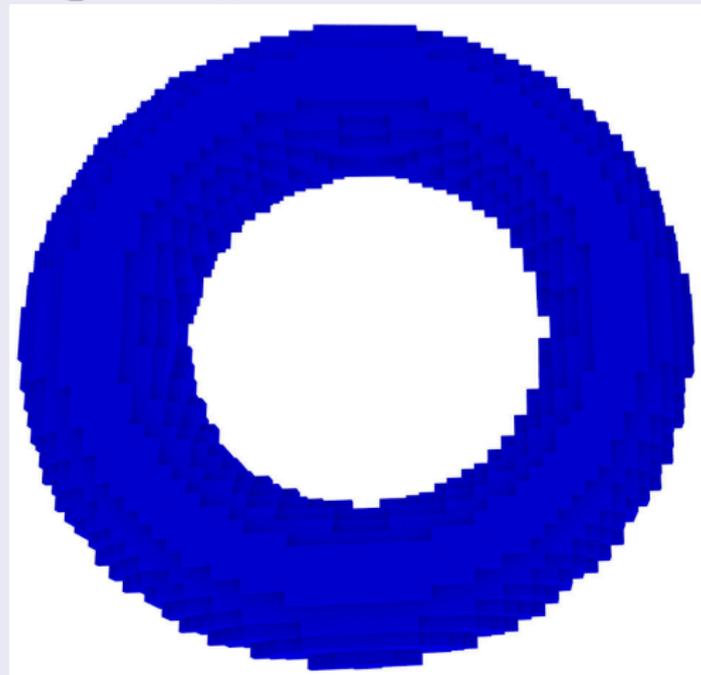
Estructura

- 1 Trayectoria
- 2 Introducción
- 3 Algunos conceptos**
- 4 Las medidas: thickness y breadth
- 5 Conclusiones

- 1 Objeto discreto
- 2 Función distancia con signo
- 3 Complejo cúbico
- 4 Persistencia homológica

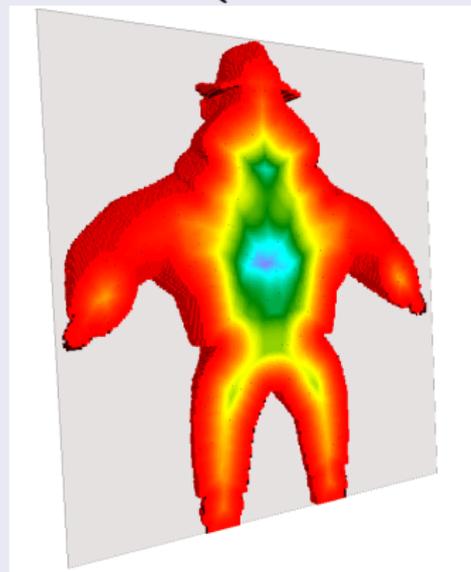
Objeto discreto

$X \subset \mathbb{Z}^3$ finito



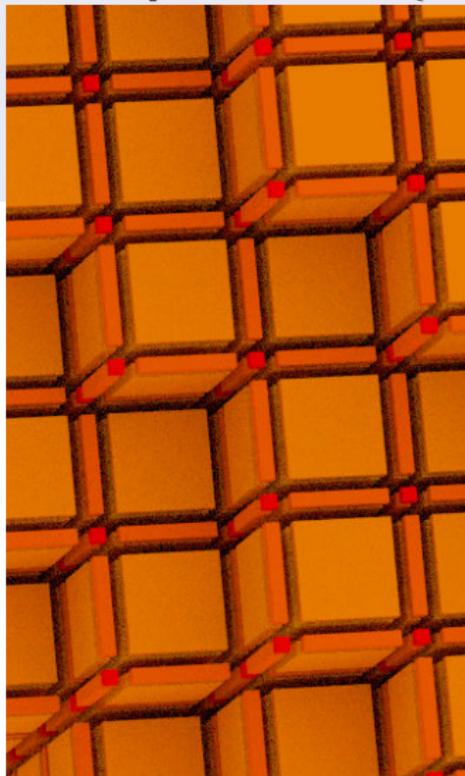
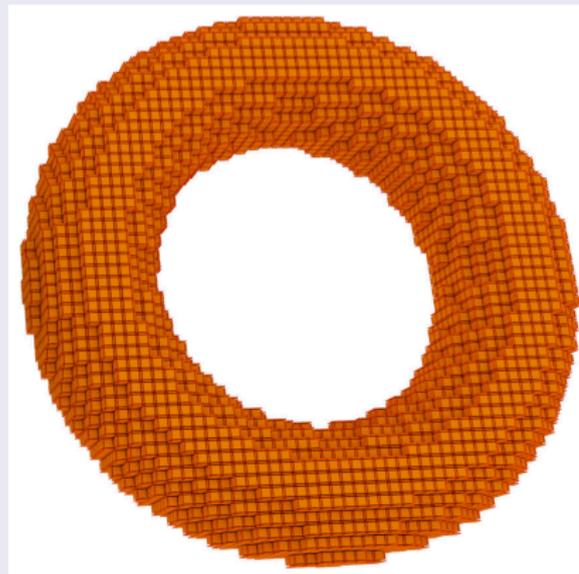
Función distancia con signo

$$sdt_X(x) = \begin{cases} -\min\{d(x, y) : y \notin X\} & , x \in X \\ \min\{d(x, y) : y \in X\} & , x \notin X \end{cases}$$

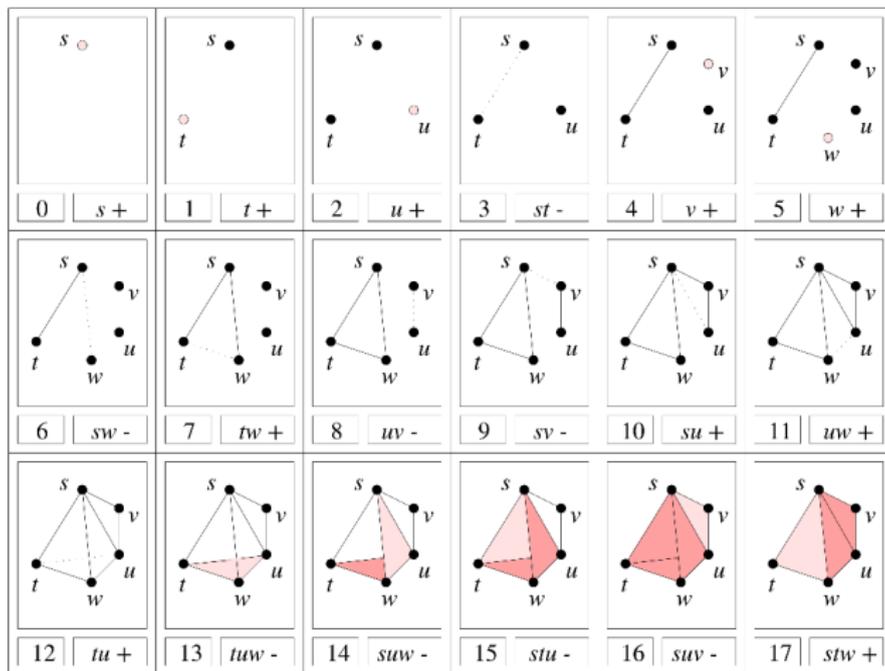
Source: <http://dgtal.org>

Complejo cúbico

$$\{[x_0, x_0 + a_0] \times [x_1, x_1 + a_1] \times [x_2, x_2 + a_2] : x_i \in \mathbb{Z}, a_i \in \{0, 1\}\}$$



Persistencia homológica

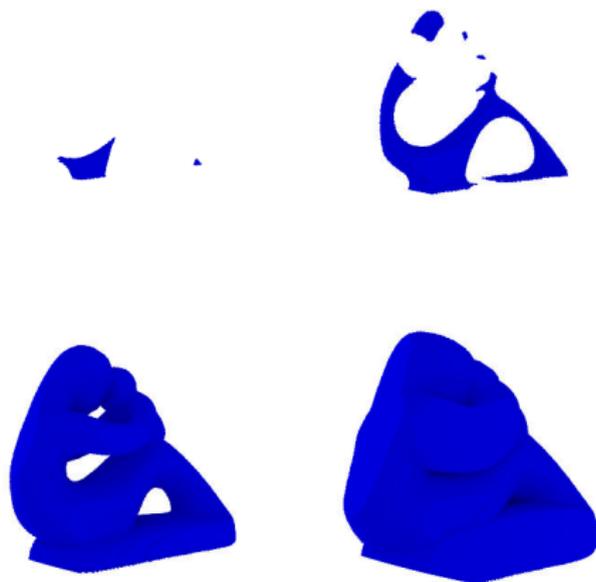


Source: H. Edelsbrunner

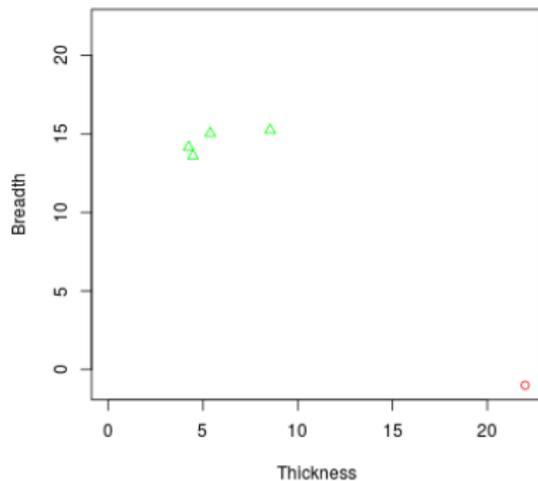
Estructura

- 1 Trayectoria
- 2 Introducción
- 3 Algunos conceptos
- 4 Las medidas: thickness y breadth**
- 5 Conclusiones

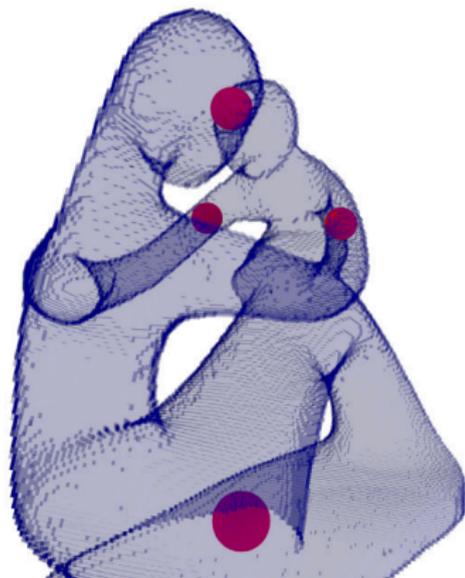
La filtración



El diagrama thickness-breadth (espesor-amplitud)



Ver las bolas



Estructura

- 1 Trayectoria
- 2 Introducción
- 3 Algunos conceptos
- 4 Las medidas: thickness y breadth
- 5 Conclusiones**

- Análisis topológico conciso de un volumen
- Visualización diferente de agujeros

Más ejemplos en

<http://aldo.gonzalez-lorenzo.perso.luminy.univ-amu.fr/measurements.html>

Muchas gracias