

Zones « menottables » sur un maillage 3D

Aldo Gonzalez-Lorenzo et Jean-Luc Mari

Aix-Marseille Université, CNRS, LSIS UMR 7296

22–23 mars 2017



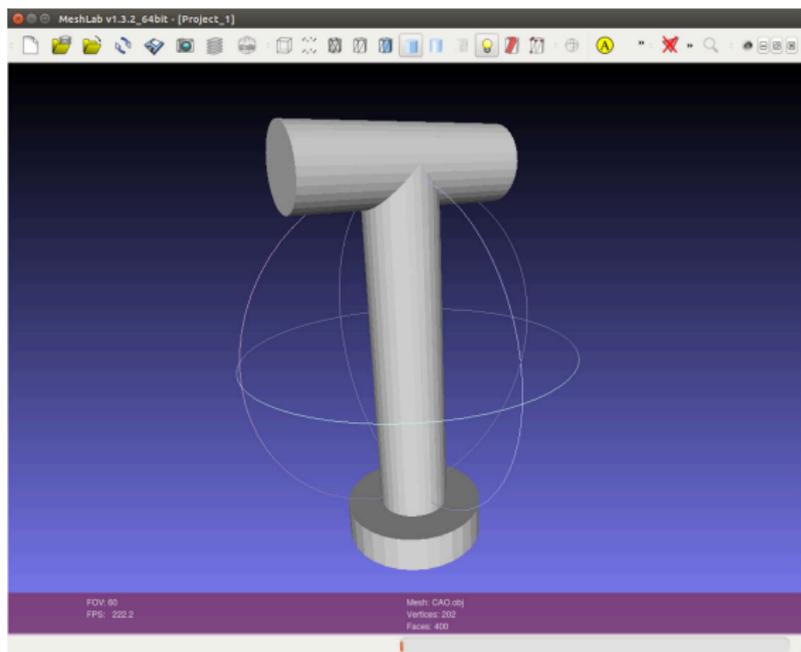
Structure

- 1 Introduction
- 2 Définitions
 - Zone « menottable »
 - Persistance
- 3 Un exemple en 2D
- 4 Calcul en 3D
- 5 Conclusion

Structure

- 1 Introduction
- 2 Définitions
 - Zone « menottable »
 - Persistance
- 3 Un exemple en 2D
- 4 Calcul en 3D
- 5 Conclusion

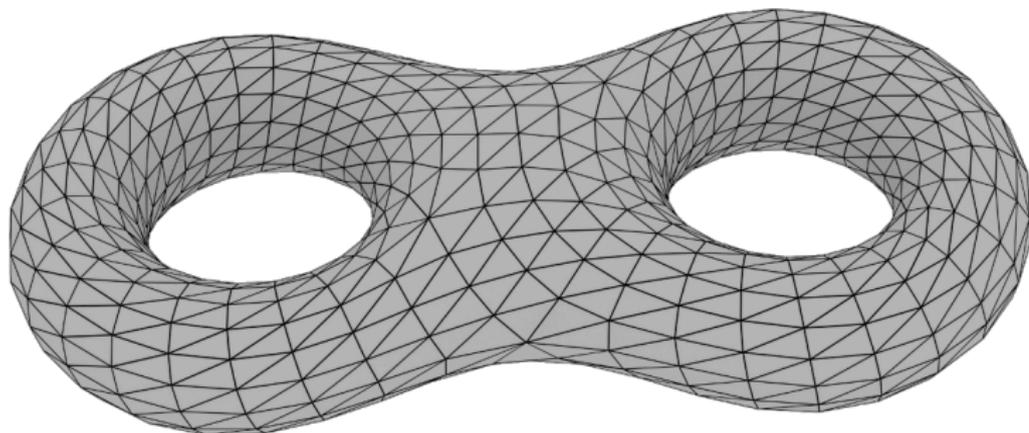




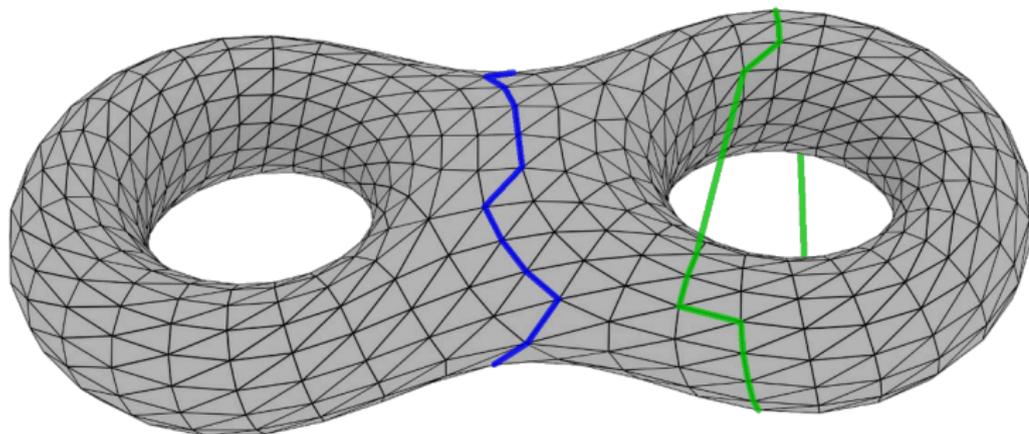
Structure

- 1 Introduction
- 2 Définitions**
 - Zone « menottable »
 - Persistance
- 3 Un exemple en 2D
- 4 Calcul en 3D
- 5 Conclusion

Maillage



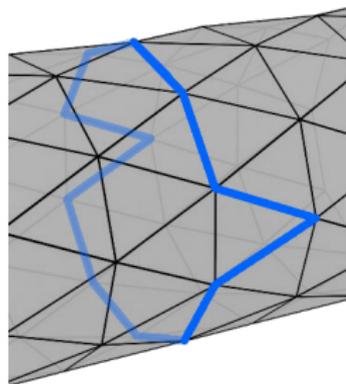
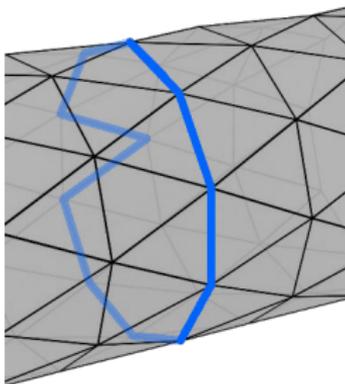
Maillage + *cycles simples*



Soit O un espace

La relation binaire \triangle

- $\mathcal{C}(O) = \{\text{cycles simples de } O\}$
- $x \triangle y$ ssi leur différence symétrique est un triangle



Soit O un espace, $\lambda > 0$

La relation binaire Δ_λ

- $\mathcal{C}_\lambda(O) = \{x \in \mathcal{C}(O) : |x| \leq \lambda\}$
- $x \Delta_\lambda y$ ssi leur différence symétrique est un triangle

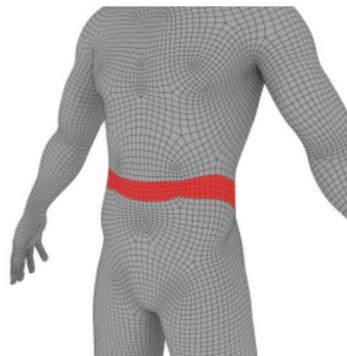
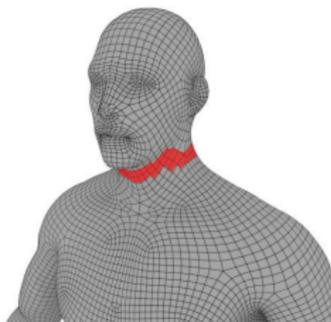
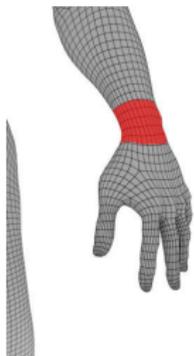
La relation d'équivalence Δ_λ^*

- $\Delta_\lambda^* =$ fermeture réflexive et transitive de Δ_λ
- $\mathcal{C}_\lambda(O)/\Delta_\lambda^* = \{[x_1]_\lambda, \dots, [x_m]_\lambda\}$: ensemble de zones λ -menottables

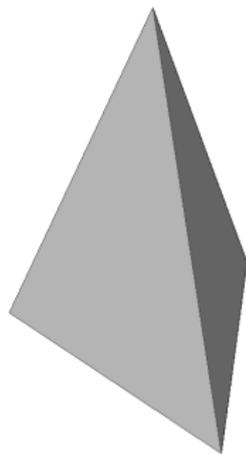
Comment représenter une zone menottable ?

L'opérateur F_λ

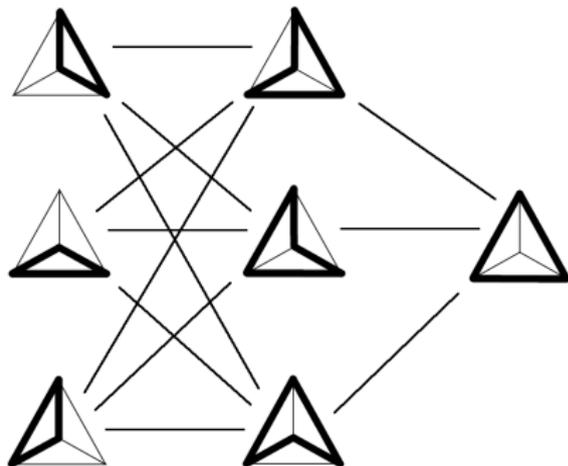
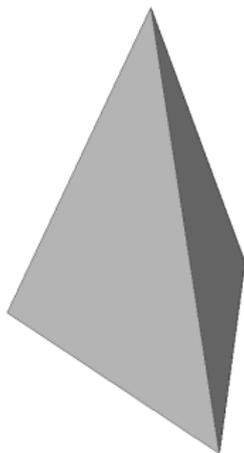
- $x \Delta y \Rightarrow F(x, y) = \text{le triangle}$
- $F_\lambda(x) = \{F(y, z) : y, z \in [x]_\lambda, y \Delta_\lambda z\}$



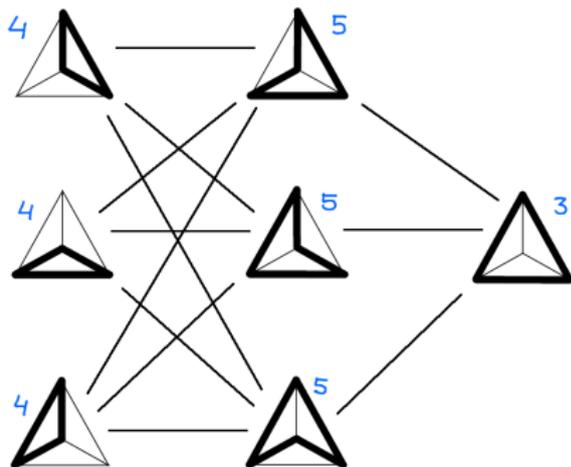
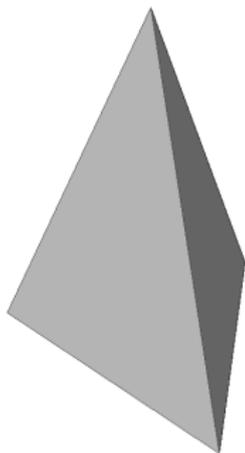
Persistence homologique (0-dimensionnelle) → mesurer l'importance des zones menottables



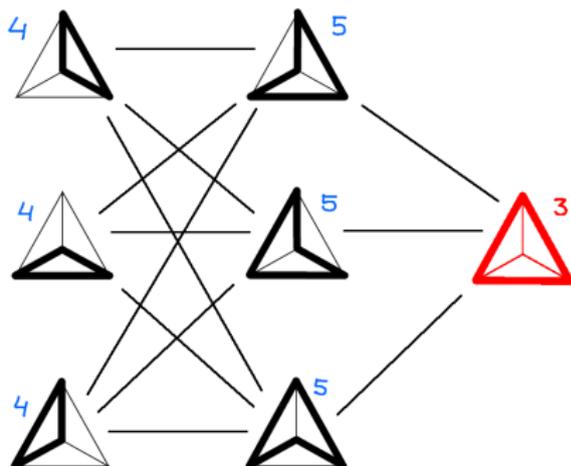
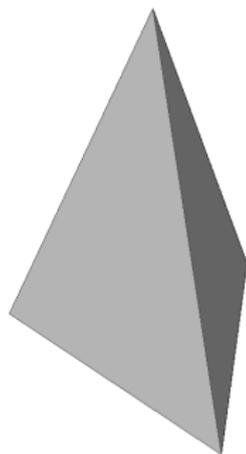
Persistence homologique (0-dimensionnelle) → mesurer l'importance des zones menottables



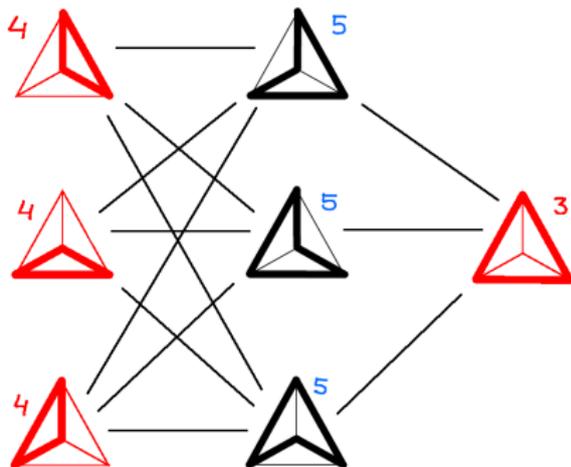
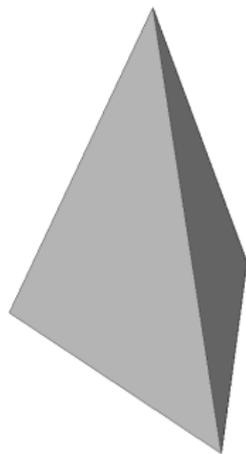
Persistence homologique (0-dimensionnelle) → mesurer l'importance des zones menottables



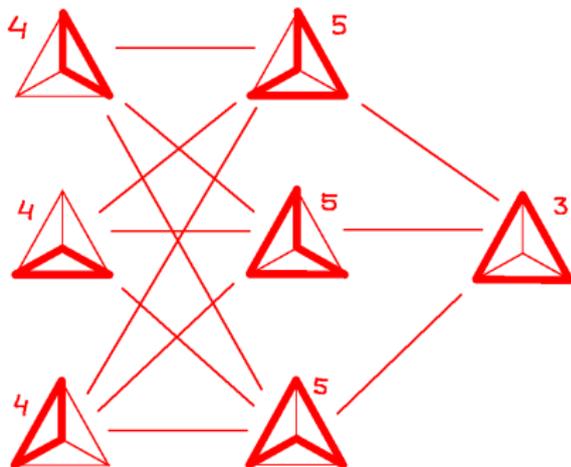
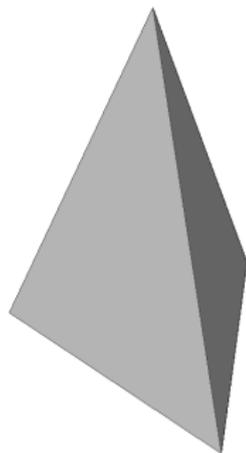
Persistence homologique (0-dimensionnelle) → mesurer l'importance des zones menottables

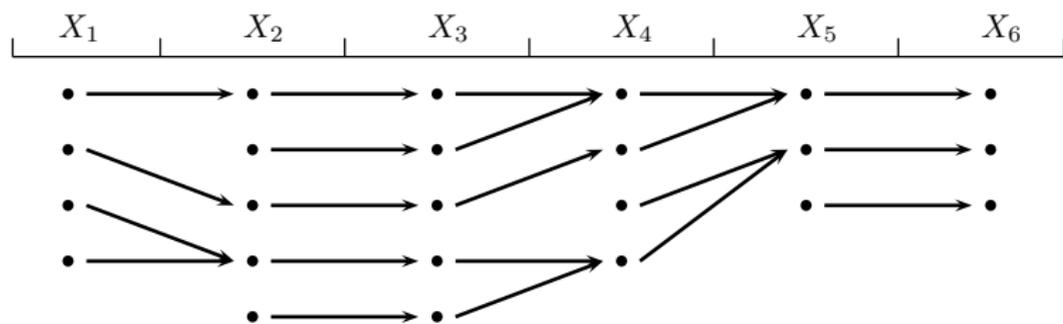


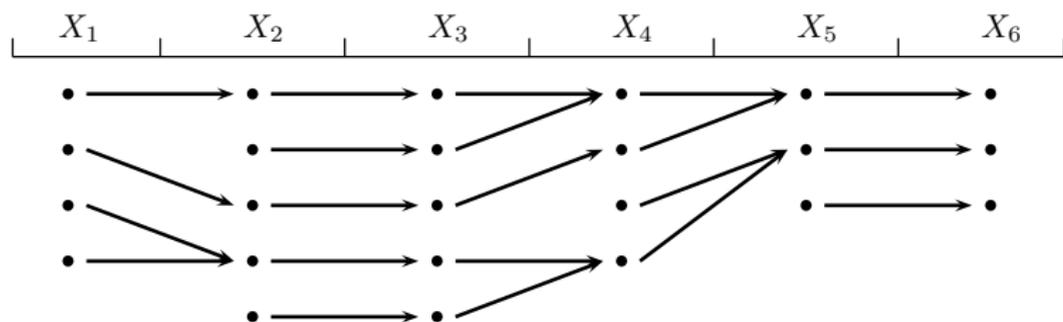
Persistence homologique (0-dimensionnelle) → mesurer l'importance des zones menottables



Persistence homologique (0-dimensionnelle) → mesurer l'importance des zones menottables

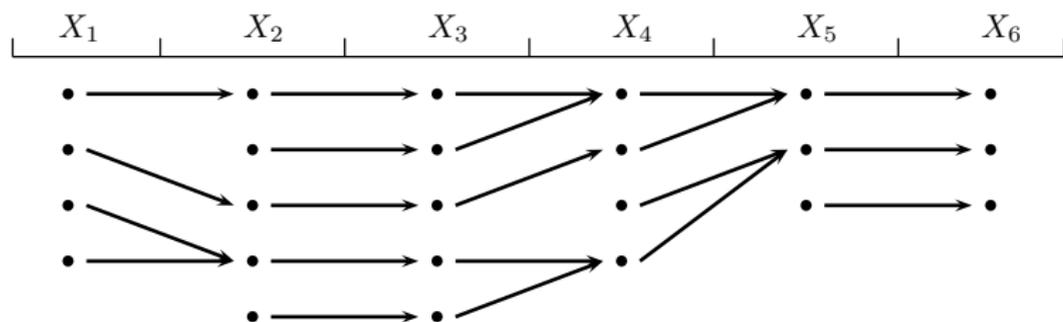






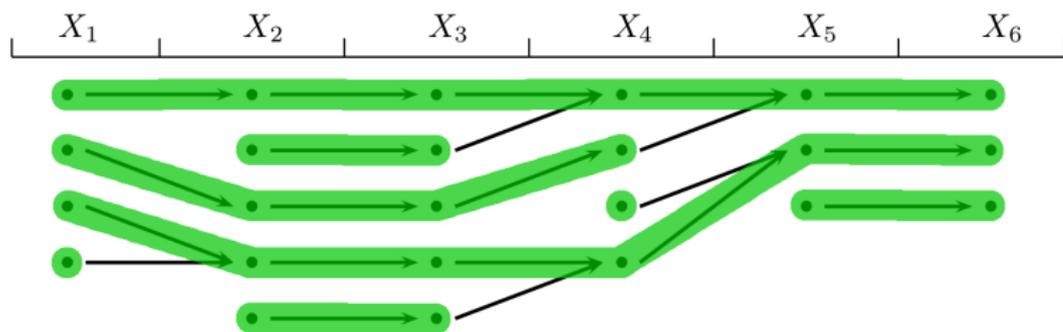
$$n_{i,j} = |\text{im}(\iota_{\lambda_i, \lambda_j})|$$

$$N = (n_{i,j}) = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$



$$p_{i,j} = n_{i,j} - n_{i,j+1} - n_{i-1,j} + n_{i-1,j+1}$$

$$P = (p_{i,j}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$p_{i,j} = n_{i,j} - n_{i,j+1} - n_{i-1,j} + n_{i-1,j+1}$$

$$P = (p_{i,j}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Structure

- 1 Introduction
- 2 Définitions
 - Zone « menottable »
 - Persistance
- 3 Un exemple en 2D**
- 4 Calcul en 3D
- 5 Conclusion

- $O \subset \mathbb{R}^2$
- cycle simple : paire de points sur sa frontière



- $O \subset \mathbb{R}^2$
- cycle simple : paire de points sur sa frontière



- $O \subset \mathbb{R}^2$
- cycle simple : paire de points sur sa frontière



Diagramme de persistance des zones menottables

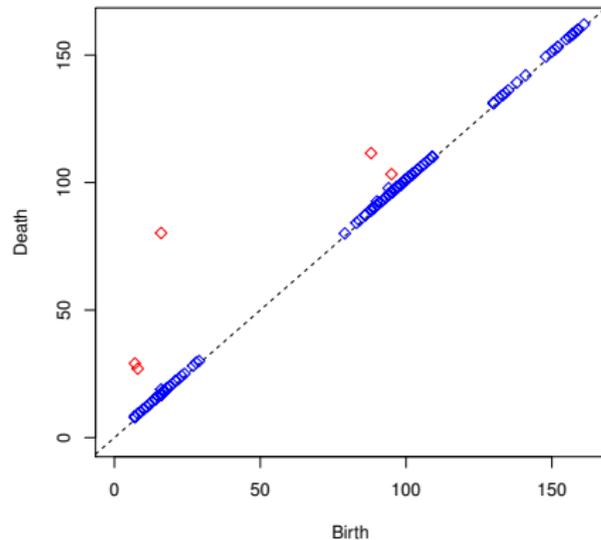


Diagramme de persistance des zones menottables

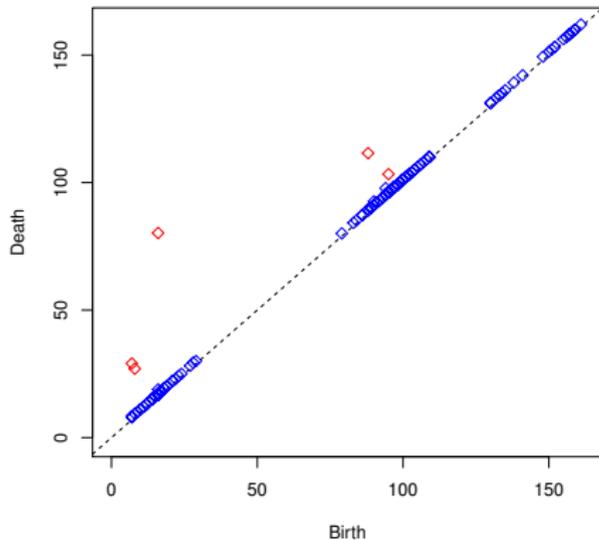
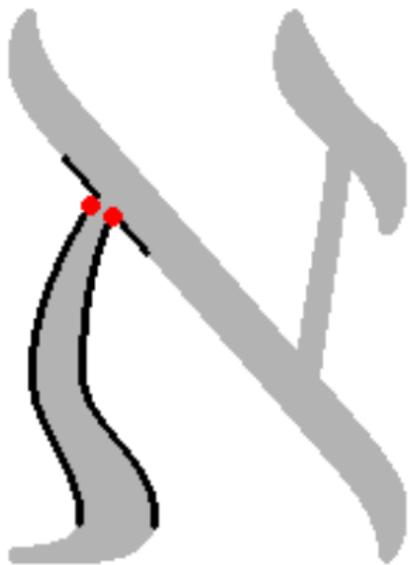


Diagramme de persistance des zones menottables

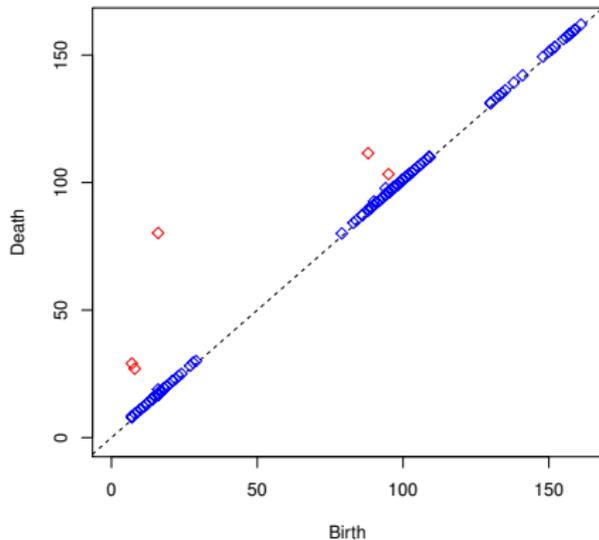
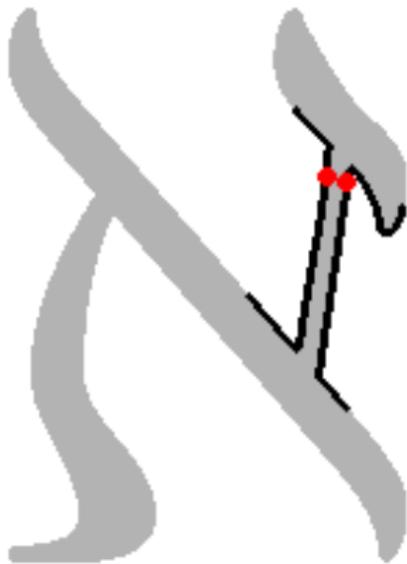


Diagramme de persistance des zones menottables

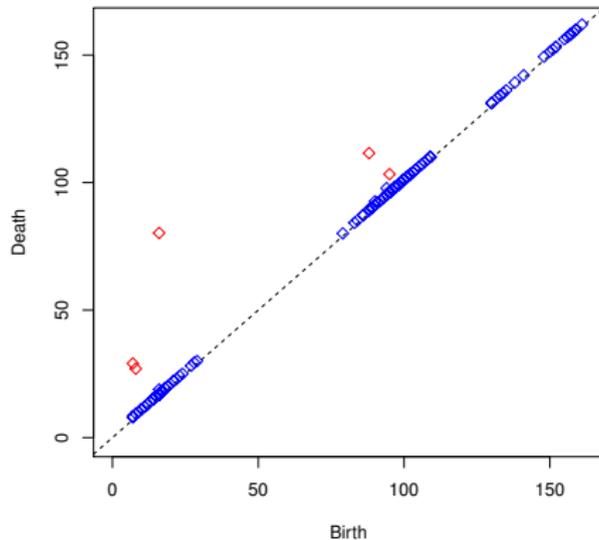
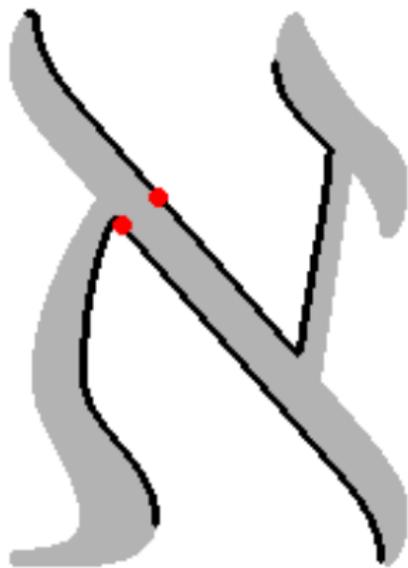


Diagramme de persistance des zones menottables

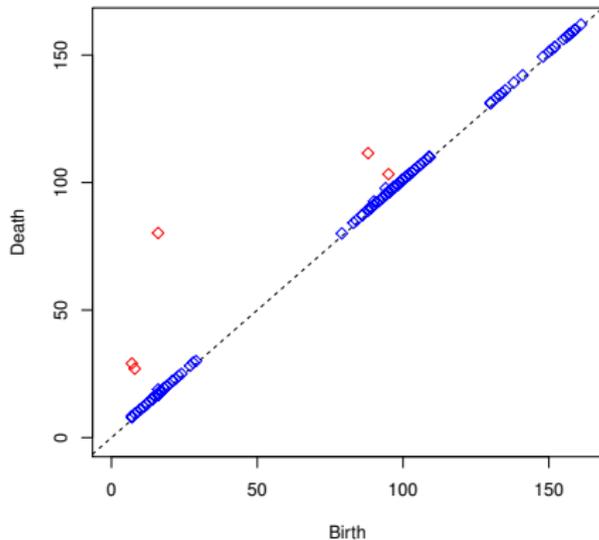
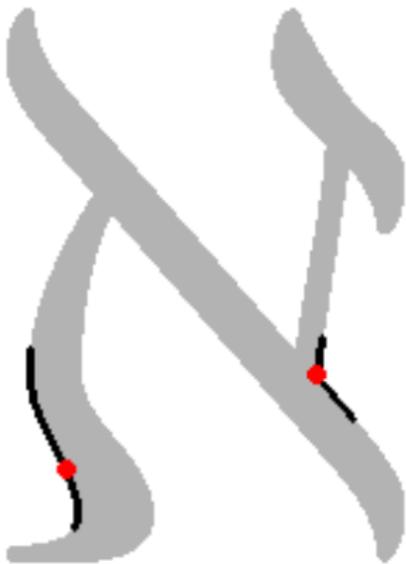
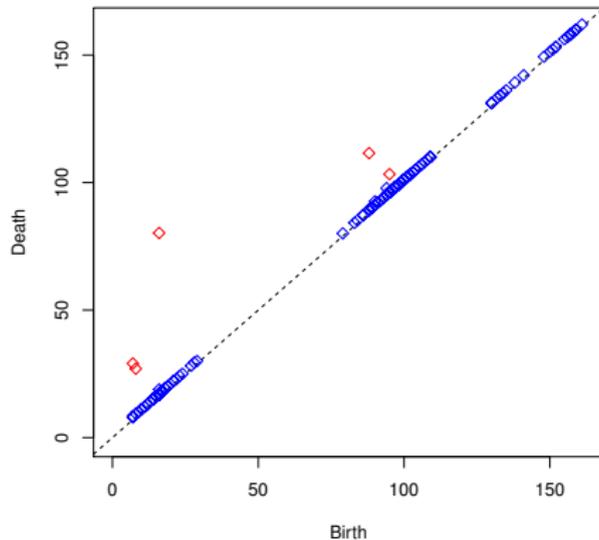
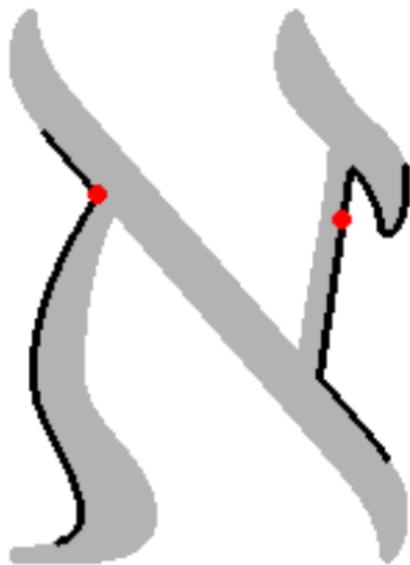
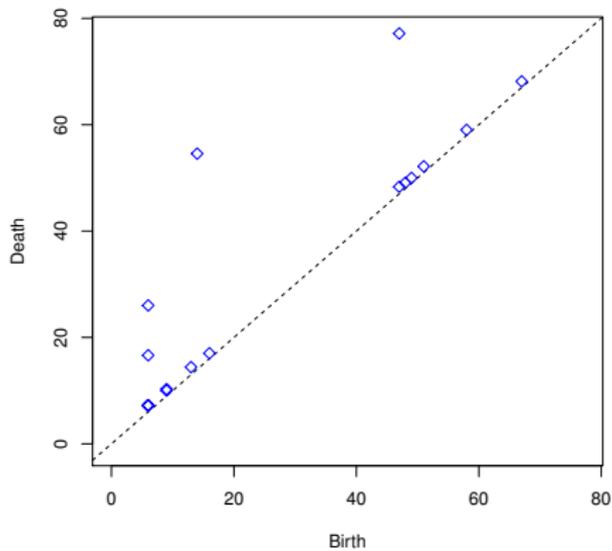


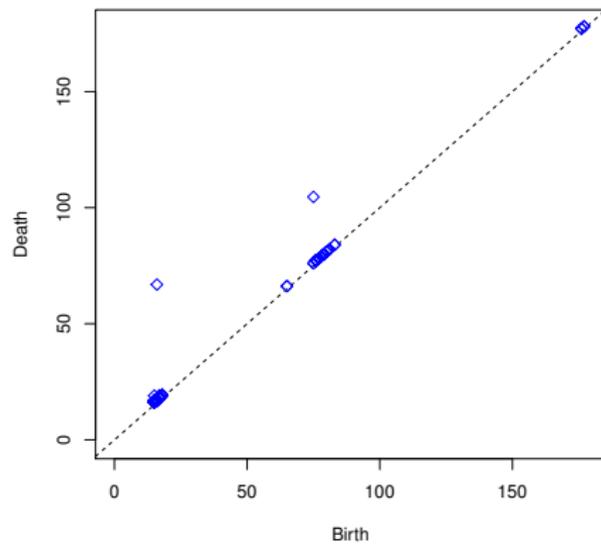
Diagramme de persistance des zones menottables



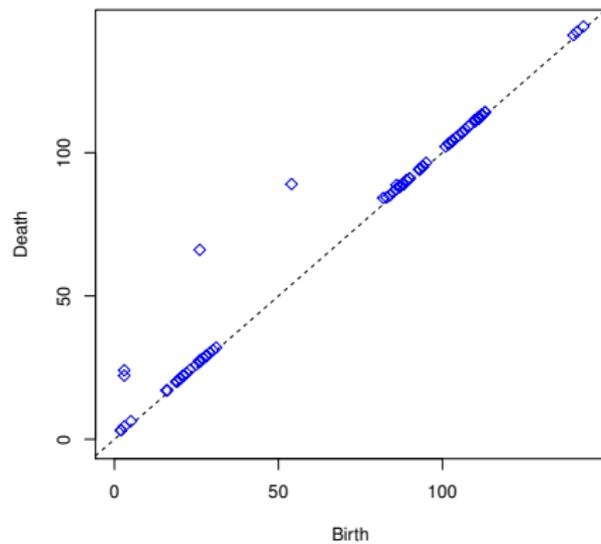
Objets similaires



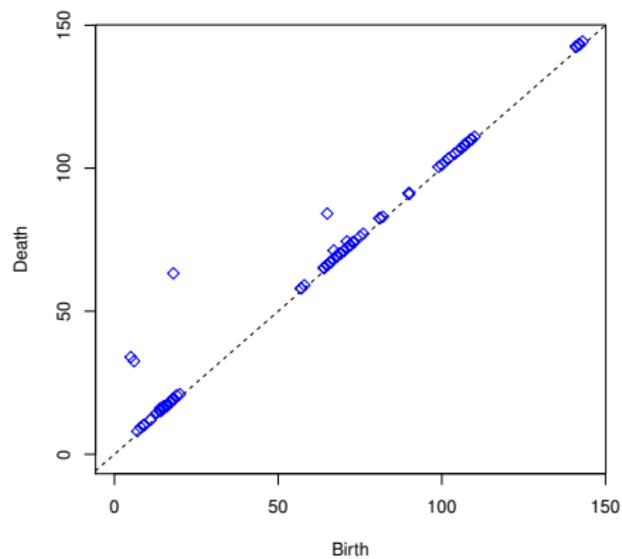
Objets similaires



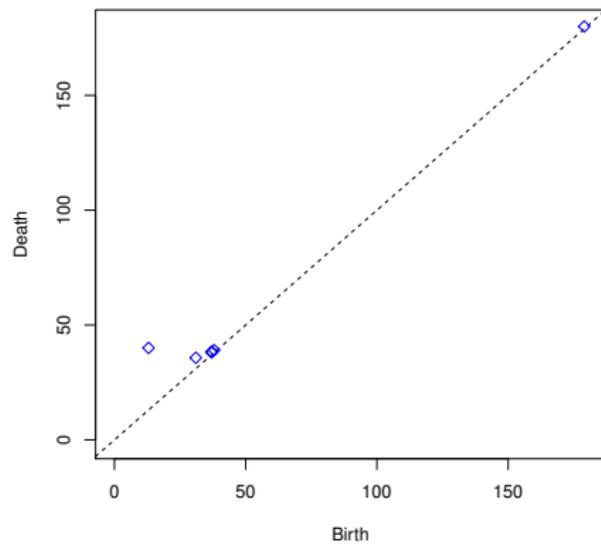
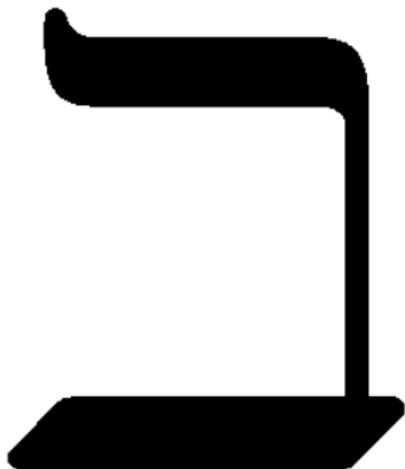
Objets similaires



Objets similaires



Un objet différent



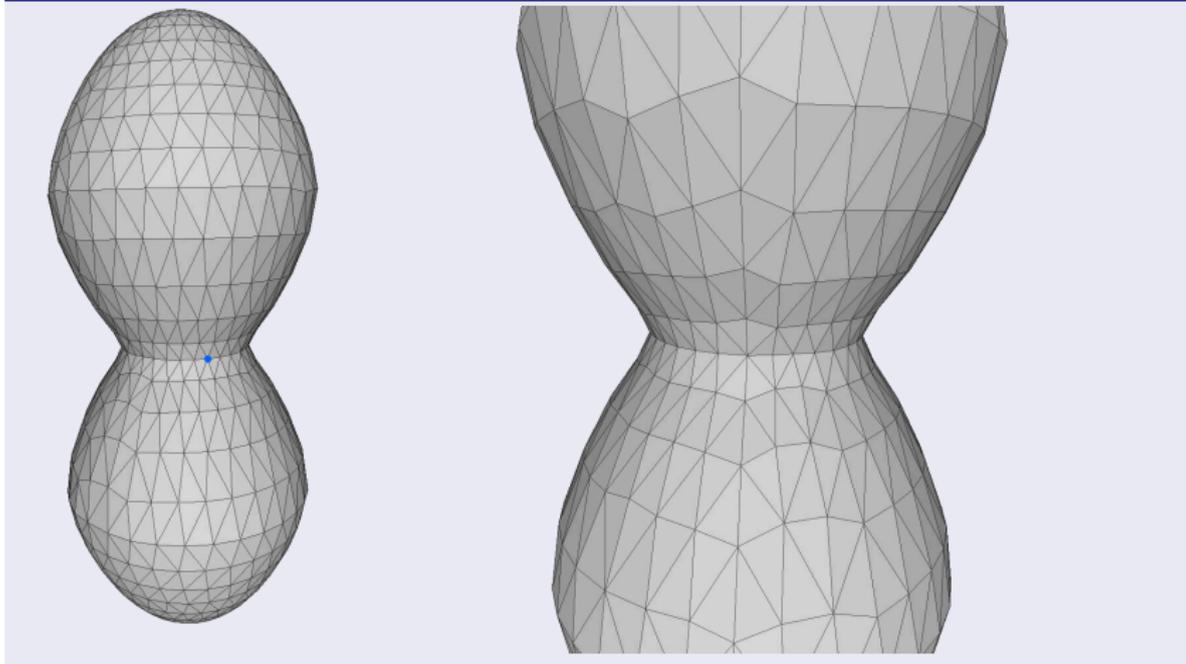
Structure

- 1 Introduction
- 2 Définitions
 - Zone « menottable »
 - Persistence
- 3 Un exemple en 2D
- 4 Calcul en 3D
- 5 Conclusion

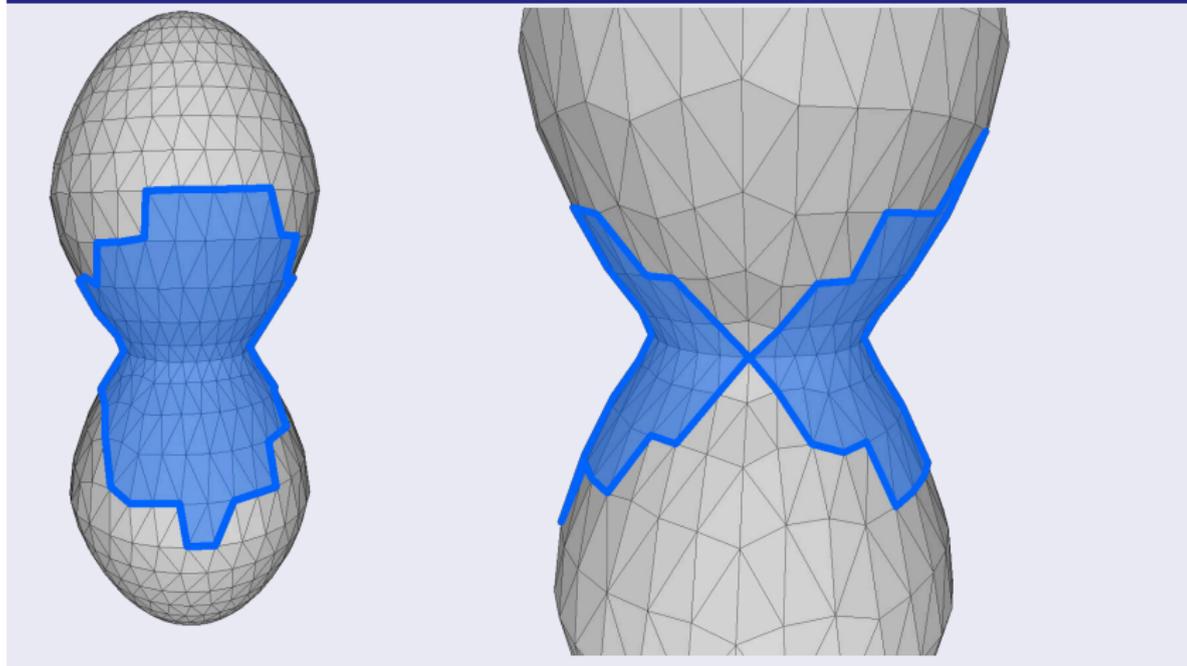
- Nombre exponentiel de cycles simples
- Essayer de calculer une approximation du diagramme de persistance de zones menottables :
 - 1 trouver un sous-ensemble des cycles simples minimaux $\{x_i\}_{i=1}^n$
 - 2 pour $\lambda = h, 2h, \dots$ (avec h suffisamment petit), calculer ses classes d'équivalence sans considérer tous les cycles

- Nombre exponentiel de cycles simples
- Essayer de calculer une approximation du diagramme de persistance de zones menottables :
 - 1 trouver un sous-ensemble des cycles simples minimaux $\{x_i\}_{i=1}^n$
 - 2 pour $\lambda = h, 2h, \dots$ (avec h suffisamment petit), calculer ses classes d'équivalence sans considérer tous les cycles

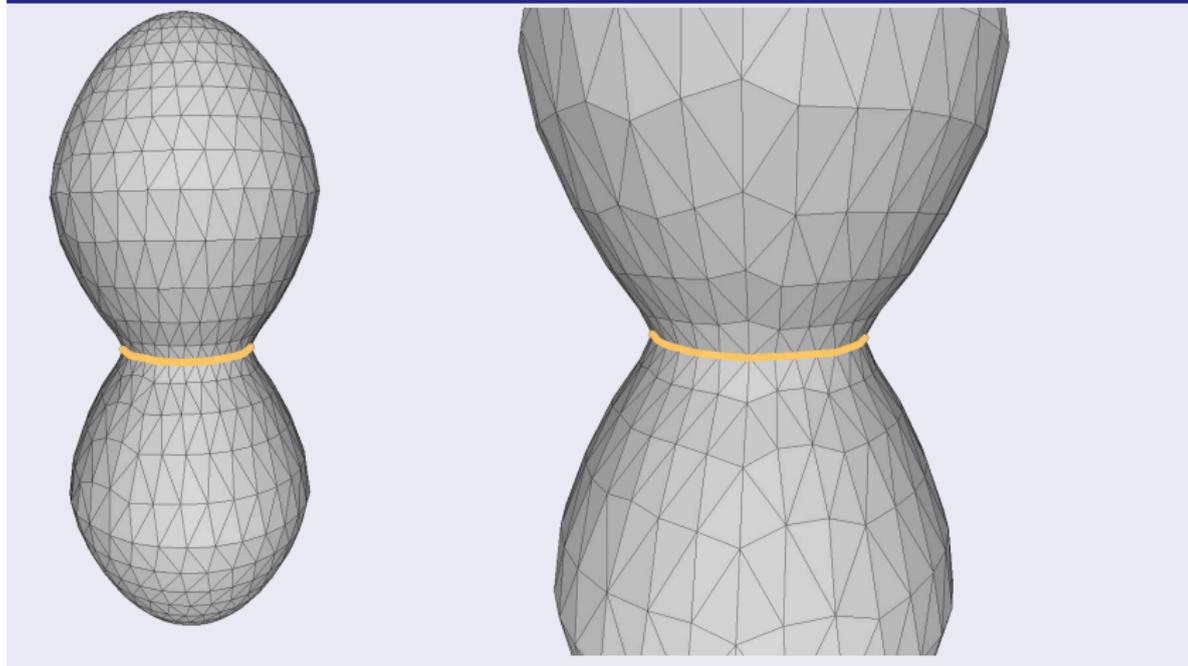
Heuristique n° 1 : disques géodésiques



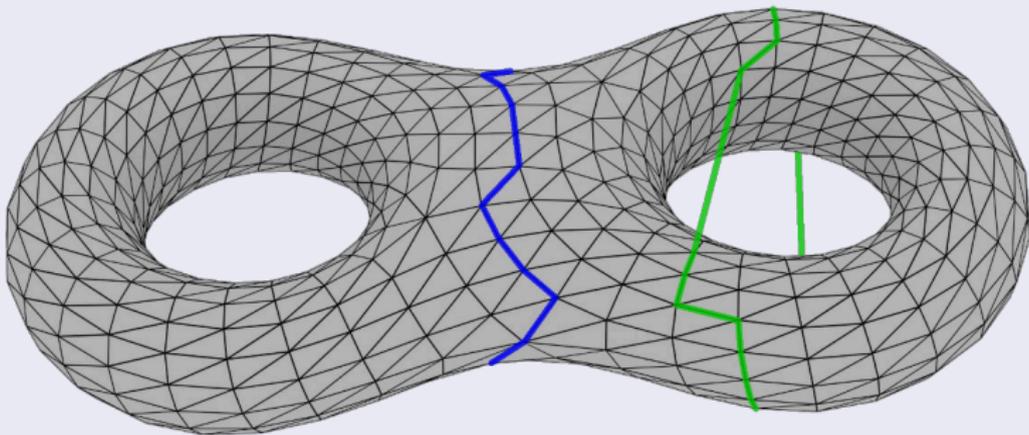
Heuristique n° 1 : disques géodésiques



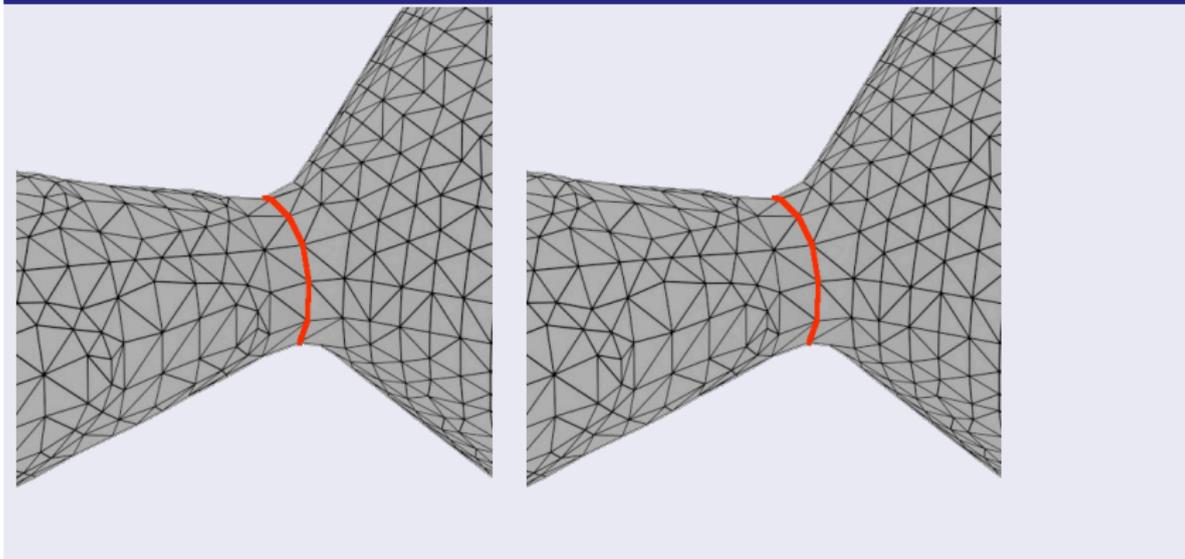
Heuristique n° 1 : disques géodésiques



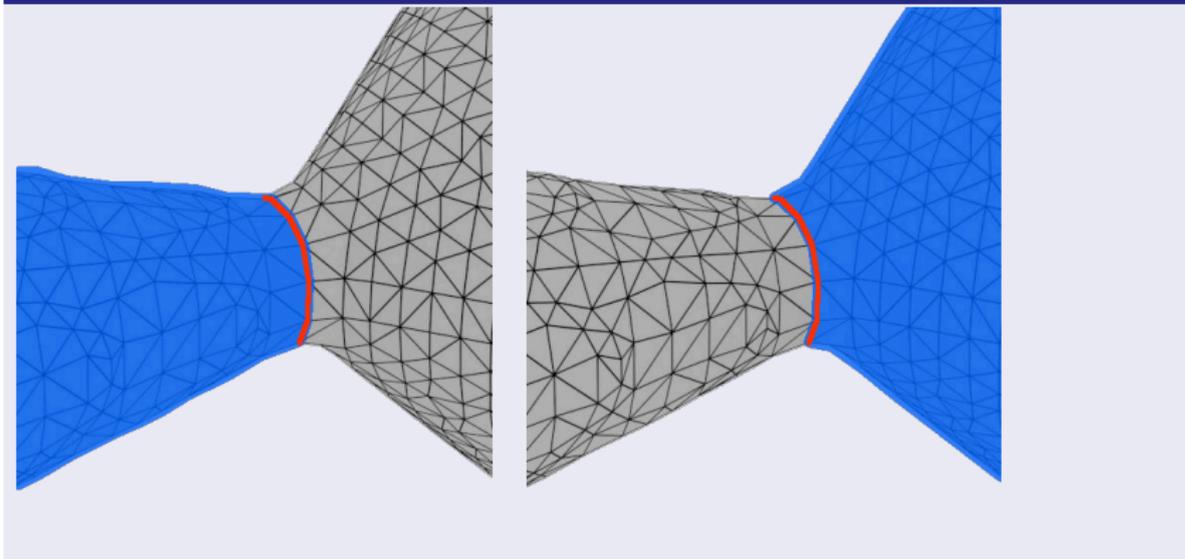
Heuristique n° 2 : priorité aux arêtes sur la surface



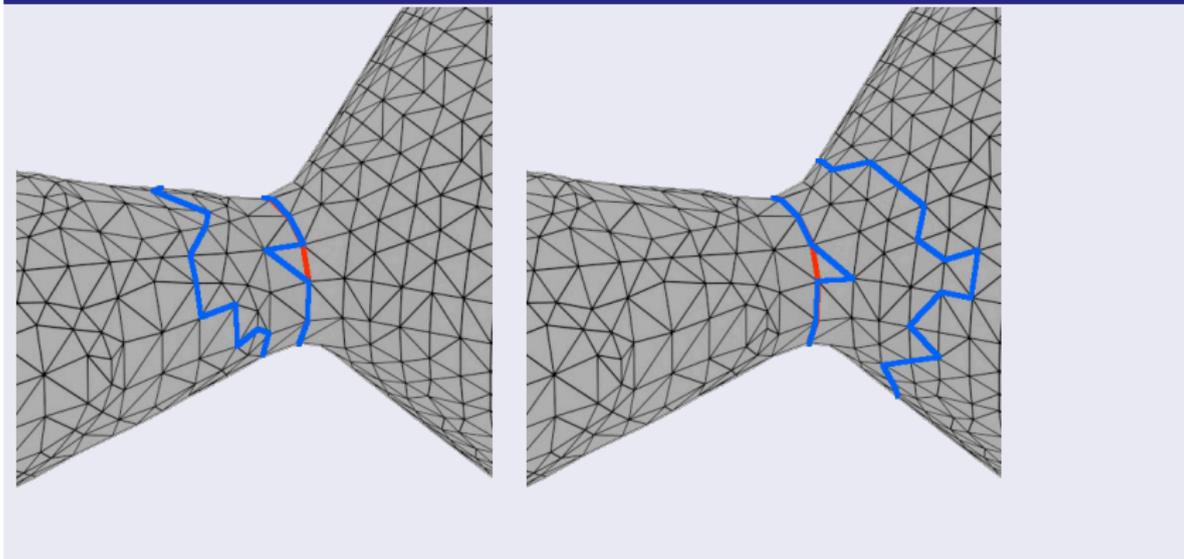
Heuristique n° 3 : propagation orientée



Heuristique n° 3 : propagation orientée



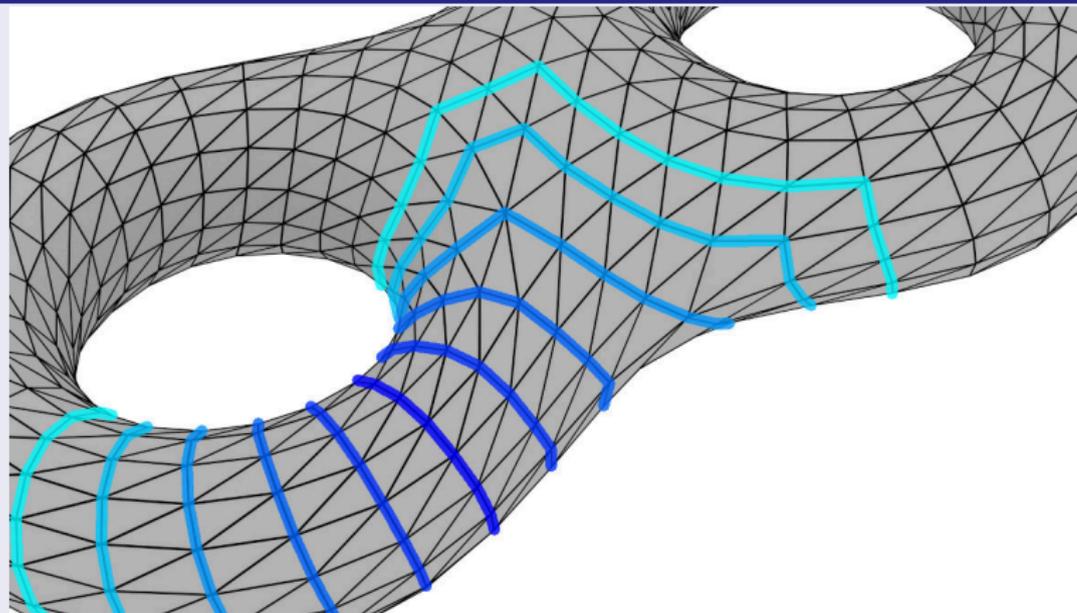
Heuristique n° 3 : propagation orientée



Heuristique n° 4 : distance de Hausdorff géodésique

- $d_S^H(x, y) = \min(\min_{u \in x} d_S(u, y), \min_{v \in y} d_S(v, x))$
- propager loin du cycle représentant
- relâcher la relation binaire \triangle

Heuristique n° 5 : cycles parallèles

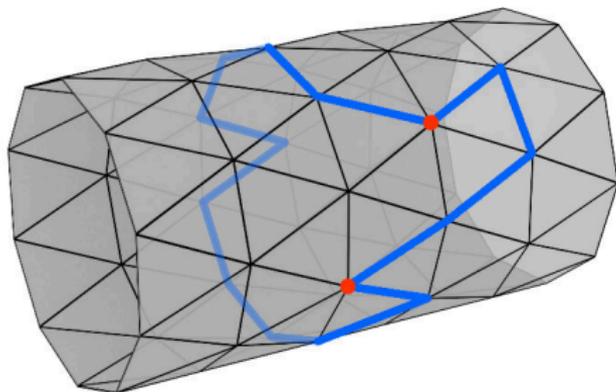


Heuristique n° 6 : éviter les cycles « tortueux »

$$x = \{(v_1, v_2), \dots, (v_n, v_1)\}$$

$$\tau(v_i, v_j) = \frac{d_x(v_i, v_j)}{d_S(v_i, v_j)} - 1$$

$$\tau(x) = \max \{\tau(v_i, v_j) : 1 \leq i < j \leq n\} \quad \text{indice de tortuosité}$$



Structure

- 1 Introduction
- 2 Définitions
 - Zone « menottable »
 - Persistence
- 3 Un exemple en 2D
- 4 Calcul en 3D
- 5 Conclusion**

Conclusion :

- Diagramme de persistance de zones menottables
- Distinguer les zones menottables importantes
- Signature géométrique robuste au bruit

Perspectives :

- Explorer les heuristiques
- Utiliser la fonction médiane géodésique [[Dey et Sun, 2006](#)]

Vous pouvez télécharger cette présentation sur

<http://aldo.gonzalez-lorenzo.perso.luminy.univ-amu.fr/downloads.html>

Merci ! Questions ?