

Deux mesures géométriques pour les trous dans les objets discrets

Aldo Gonzalez-Lorenzo

LSIS - Équipe G-Mod - GT G-Dis

17 novembre 2015



Structure

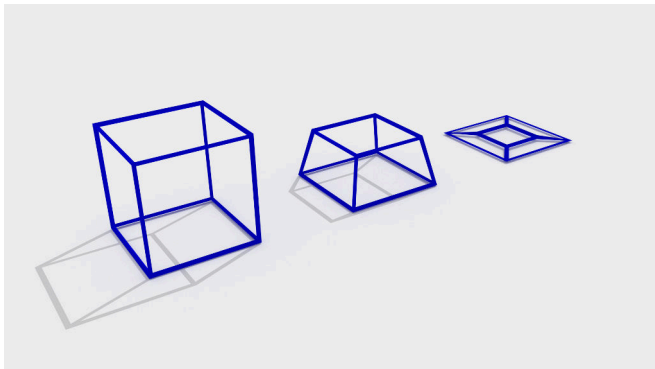
1 Le problème

2 Notre approche/algorithme

Le problème

Que peut-on dire de la géométrie des trous,
vu qu'ils n'existent pas ?

Combien de trous y a-t-il ?



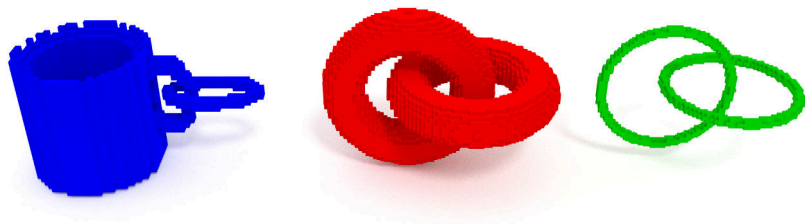
On a besoin d'un formalisme

Topologie \rightarrow homotopie, homologie

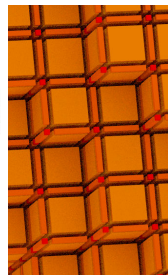
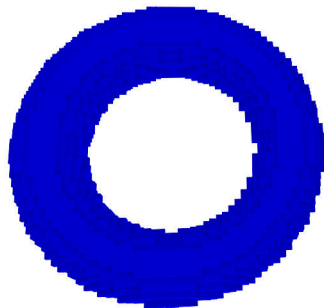


Figure : Équivalence de topologie, homotopie et homologie

Topologie algorithmique \rightarrow homotopie, homologie



Objet discret \longrightarrow complexe cubique



Groupes d'homologie :

$$H_q = \ker (d_q) / \text{im} (d_{q+1})$$

On a :

- $H_0 \longrightarrow \beta_0 = \dim(H_0) = \text{"nombre de composantes connexes"}$
- $H_1 \longrightarrow \beta_1 = \dim(H_1) = \text{"nombre de tunnels ou anses"}$
- $H_2 \longrightarrow \beta_2 = \dim(H_2) = \text{"nombre de cavités"}$

La dimension est unique, mais pas la "base".

Un exemple : le tore

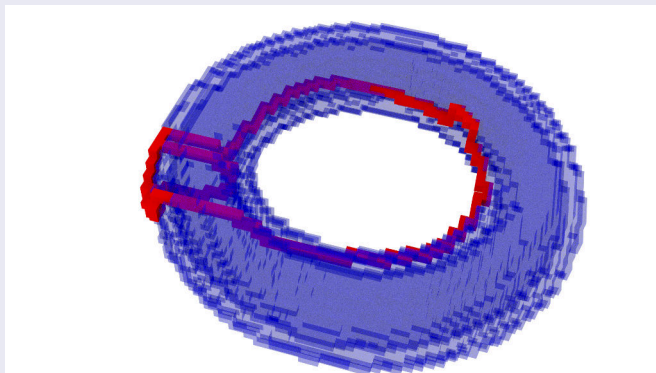


Figure : $\beta_0 = 1, \beta_1 = 2, \beta_2 = 1$

Donc,

- On peut calculer le nombre de trous ;
- Pourtant, on ne peut rien dire sur sa forme.

Structure

1 Le problème

2 Notre approche/algorithme

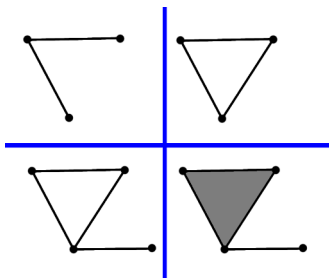
- 1 Objet discret
- 2 Complexe cubique
- 3 Transformée de distances signée et persistance homologique
- 4 Diagramme TB

Transformée de distances

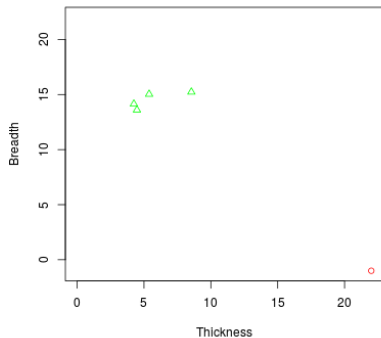


Source: <http://dgtal.org>

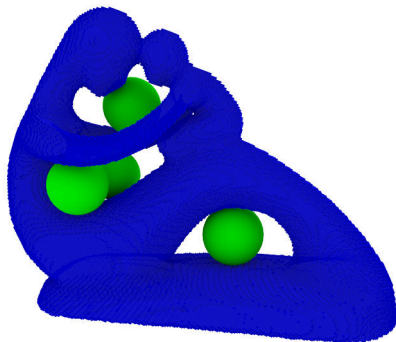
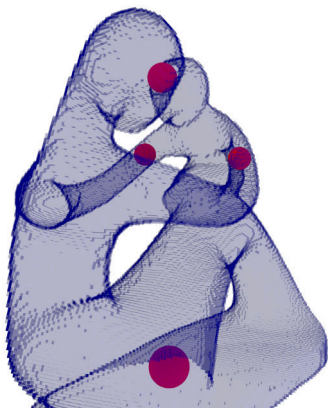
Persistence homologique



Le thickness-breadth diagram (diagramme de épaisseur-ampleur)



Le thickness-breadth diagram (diagramme de épaisseur-ampleur)



Plus d'exemples sur

<http://aldo.gonzalez-lorenzo.perso.luminy.univ-amu.fr/measurements.html>

Merci !