TD n° 9

Unification et résolution

UNIFICATION

Exercice 1 Appliquez l'algorithme d'unification présenté en cours pour résoudre les problèmes d'unification suivants :

1. $(x+s(y)*s(z), 7+s(5)*s(s(x)))$;
2. $(x+f(y,5), g(x)+f(g(x),5))$;
3. $(f(z,f(y,c)), f(g(w),x))$;
4. $(f(x),y)$, $(g(y),z)$, $(y,f(w))$;
5. $(g(x),g(f(y)))$, $(z,h(y,x))$, (y,z) ;
6. $(f(x),f(g(y)))$, $(x,h(y))$.

Pour chaque instance du problème :
- on décrira d'abord la signature fonctionnelle : quels sont les symboles de fonctions et avec quelle arité sont-ils utilisés ;
- on éclaircira, étape par étape, le déroulement de l'algorithme.

RÉSOLUTION

Exercice 2 Appliquez la règle de factorisation, de toutes les façons possibles, aux clauses suivantes :

1. $\neg Q(g(y),x) \vee P(f(x),y) \vee P(y,f(x))$;
2. $\neg Q(x,y) \vee P(f(x),y) \vee P(x,g(z)) \vee P(f(w),y)$.

Exercice 3 Appliquez la règle de résolution, de toutes les façons possibles, aux couples de clauses suivantes :

1. $\neg P(x) \vee P(f(x)) \vee R(y)$, $\neg P(y) \vee Q(y,g(y))$;
2. $\neg P(x) \vee Q(f(x))$, $\neg Q(y) \vee P(g(y))$.

Exercice 4 Considérez la formule suivante :

$$\begin{aligned}\Phi := \; & \forall x \neg R(x,x) \\ & \wedge \; \exists x \forall y (R(x,y) \Rightarrow \neg \exists z R(z,x)) \\ & \wedge \; \forall x,y (R(x,y) \Rightarrow \exists z (R(x,z) \wedge R(z,x))) \,.\end{aligned}$$

1. Donnez, sous forme d'ensemble de clauses, une forme clausale de cette formule.
2. Énumérez toutes les règles du calcul de la résolution que vous pouvez appliquer à l'ensemble de clauses ainsi obtenu.
3. Appliquez ces règles pour engendrer de nouvelles clauses.

Exercice 5 Considérez l'ensemble de clauses suivantes :

$$\Gamma = \{ \quad P(c_0), \quad \forall x(\neg P(x) \vee x = c_1), \quad c_1 = c_2 \; \}$$

(a) Utilisez le calcul de la résolution pour montrer que la formule $c_0 = c_2$ n'est pas (contrairement aux attentes) une conséquence logique de Γ.

(b) Pour quelle raison le calcul de la résolution n'est pas capable d'inférer $c_0 = c_2$ depuis Γ ?

(c) Étant donné votre réponse à (b), expliquez comment on peut se servir de la résolution pour montrer que $c_0 = c_2$ est une conséquence logique de Γ.

Exercice 6 Montrez que la règle de coupure

$$\frac{C \vee P \qquad\qquad C' \vee \neg P}{C \vee C'}$$

est correcte. C'est-à-dire, montrez que, pour tout S-structure $\mathscr{M}$, si $\mathscr{M} \models C \vee P$ et $\mathscr{M} \models C' \vee \neg P$, alors $\mathscr{M} \models C \vee C'$. NB : faites attention aux quantificateurs implicites.

FRANÇAIS

Exercice 7 Considérez l'ensemble de phrases en langue française suivantes :

1. Marseille est une ville qui se trouve au PACA.
2. Martigues est une ville qui se trouve au PACA.
3. Le Havre est une ville qui se trouve en Haute-Normandie.
4. Le Havre a un port.
5. Marseille est la ville plus grande du PACA.
6. Le PACA est un région de France.
7. Haute-Normandie est une région de France.
8. Haute-Normandie est eloignée du PACA.

Traduisez chaque phrase en logique du premier ordre. (Choisir d'abord le langage).

Exercice 8 On se propose de traduire de la langue francaise en logique du premier ordre les phrases suivantes :

1. Marcus était un pompéen.
2. Tous les pompéens étaient des romains.
3. César était souverain.
4. Tous les romains étaient fidèles à César ou le haissaient.
5. Chacun est fidèle à quelqu'un.
6. Les personnes n'essayent d'assassiner que les souverains auxquels ils ne sont pas fidèles.
7. Marcus a essayé d'assassiner César.

Proposez :

(a) un langage du premier ordre pour modéliser ces phrases,

(b) pour chaque phrase, une formule en logique du premier ordre qui la traduit ;

(c) mettez chaque formule en forme clausale ;

(d) si vous connaissez déjà le calcul de la résolution : quelles sont les inférences que vous pouvez appliquer à ces clauses ?